APOSTILA DE ESTATÍSTICA PARA QUALIDADE

Professor Norimar de Melo Verticchio

1º edição/2011

SUMÁRIO

1.1. Bibliografia recomendada

LARSON, R, Faber, B – **Estatística aplicada** – 2 ed – São Paulo: Pearson Prentice Hall.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5426 - **Planos de amostragem e procedimentos na inspeção por atributos**. Rio de Janeiro, 1985.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5427 - **Guia para utilização da norma NBR 5426 - Planos de amostragem e procedimentos na inspeção por atributos**. Rio de Janeiro, 1985.

WERKEMA, M. C. C. – **Ferramentas estatísticas básicas para o gerenciamento de processos**. Belo Horizonte, MG – FCO, 1995.[1]

Curriculum resumido do professor

Norimar de Melo Verticchio é mestre em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Minas Gerais e Engenheiro Mecânico também pela UFMG. Sua experiência profissional inclui o cargo de projetista mecânico da Biotec engenharia, docência de estatística, processos de fabricação, desenho técnico e CAD no CEFET/MG, SENAI, Faculdade Pitágoras e Centro Universitário Newton Paiva.

[1] - Os capítulos 3, 4 e 5 desta apostila foram baseados neste livro.

1. Introdução a Estatística

A Estatística é uma coleção de métodos para planejar experimentos, obter dados, e organizá-los, resumi-los, analisá-los, interpretá-los e deles extrair conclusões. É possível ter uma visão geral desse ramo da matemática através da figura 1.

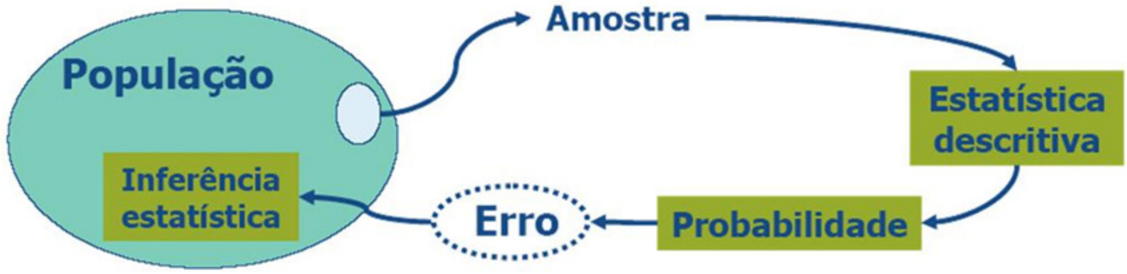


Figura 1: Visão geral da estatística

VISÃO GERAL DA ESTATÍSTICA:

Existe uma coleção de dados (população) que necessitamos que sejam estudados, na maioria dos casos a analise ou teste de todos os elementos dessa coleção é inviável ou requer um investimento muito elevado, sendo assim coleta-se uma amostra do total de dados e a partir dessa amostra manipula-se os dados organizando-os em tabelas e/ou resumindo-os através da estatística descritiva. Para extrair conclusões a respeito da população utiliza-se a inferência estatística que se baseia na teoria das probabilidades com o objetivo de controlar o erro obtido nas conclusões.

2.1. Conceitos básicos

2.1.1. Variável

DEFINIÇÃO: É o termo usado para aquilo que você está pesquisando estudando, analisando.

2.1.1.1. Tipos de variáveis

Os procedimentos estatísticos que podem ser utilizados nos dados coletados dependem do tipo de variável. As variáveis podem ser classificadas em dois grupos principais: Quantitativas (discretas e contínuas) e qualitativas.

DEFINIÇÃO: Dados quantitativos são aqueles que podem ser representados por mensurações ou contagens.

DEFINIÇÃO: Os dados qualitativos são os atributos, rótulos ou entradas não numéricas.

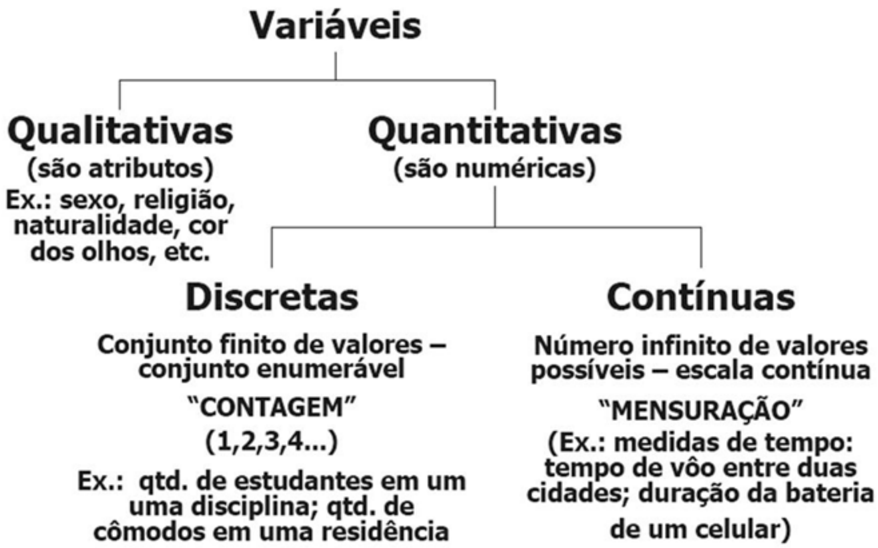


Figura 2: Tipos de variáveis

REALIZE

Determine se as variáveis a seguir são quantitativas discretas, quantitativas contínuas ou qualitativas:

A) Uma marca de cigarro possui 16,13mg de alcatrão
B) O altímetro de um avião indica uma altitude de 21.359 pés
C) Uma pesquisa efetuada com 1015 pessoas indica que 40 não possuem acesso à internet
D) O radar indica uma velocidade de 81 km/h
E) De 1000 consumidores pesquisados, 930 reconheceram uma marca de sopa
F) Fazendo um regime, uma executiva perdeu 13,45kg

2.1.2. População e amostra

Uma maneira clara de descrever uma das metodologias mais importantes da estatística é através da seguinte analogia:

"Quando você quer saber se a sopa ficou boa, o que você faz? Mexe a panela, retira um pouco com uma colher e prova. Depois tira uma conclusão sobre todo o conteúdo da panela sem, na verdade, ter provado tudo. Portanto, é possível ter uma ideia de como a sopa está sem ter que comer tudo. Isso é o que se faz em estatística. (Uanderson, 2010)"

A estatística deixou de ser uma simples catalogação de dados numéricos e se tornou o estudo de como chegar a conclusões do todo (população) através da observação de partes desse todo (amostra). Esse é o principal papel da estatística.

DEFINIÇÃO: População é uma coleção de todos os resultados, respostas, medições ou contagens que são de interesse.

DEFINIÇÃO: Amostra é um subgrupo de uma população.

Muitas vezes quando queremos fazer um estudo estatístico, não é possível analisar toda a população envolvida com o fato que pretendemos investigar, como exemplo o sangue de uma pessoa ou a poluição de um rio. Ë impossível o teste do todo. Há situações também em que é inviável o estudo da população, por exemplo, a pesquisa com todos os torcedores em um estádio de futebol durante uma partida. Nesses casos, o estatístico recorre a uma amostra que, basicamente, constitui uma redução da população a dimensões menores, sem perda das características essenciais.

Os resultados fundamentados em uma amostra não serão exatamente os mesmos que você encontraria se estudasse toda a população, pois, quando você retira uma amostra, você não obtém informações a respeito de todos os elementos de uma dada população. Portanto, é importante entender que os resultados da amostra fornecem somente estimativas dos valores das características populacionais. Com métodos de amostragens apropriados, os resultados da amostra produzirão boas estimativas da população, ou seja, um estudo bem feito não elimina o erro, mas limita-o a uma margem, procurando torná-la o menor possível. 4 razões para selecionar uma amostra.

Quatro razões para a utilização de uma amostra:

- O número de elementos em uma população é muito grande;
- Demanda menos tempo do que selecionar todos os itens de uma população;
- É menos dispendioso (caro) do que selecionar todos os itens de uma população;
- Uma análise amostral é menos cansativa e mais prática do que uma análise da população inteira.

EXEMPLO

CONTROLE DE QUALIDADE. O Gerente de Produção de uma fábrica de parafusos pretende assegurar-se de que a porcentagem de peças defeituosas não excede um determinado valor, a partir do qual determinada encomenda poderia ser rejeitada.

População: Todos os parafusos fabricados ou a fabricar, utilizando o mesmo processo.

Amostra: Parafusos escolhidos ao acaso entre os lotes produzidos.

SISTEMAS DE PRODUÇÃO. Um fabricante de pneus desenvolveu um novo tipo de pneu e quer saber o aumento da durabilidade em termos de quilometragem em relação à atual linha da empresa. Produz diariamente 1000 pneus e selecionou 120 para testes.

População: 1000 pneus.

Amostra: 120 pneus.

2.2. Técnicas de amostragem

Um censo é uma contagem ou medição de uma população inteira. Um censo fornece informações completas, mas ela é frequentemente cara e difícil de realizar. Uma amostragem é uma contagem ou medição de parte de uma população e é mais comumente utilizada. É fundamental que a amostra coletada represente a população. Técnicas de amostragem apropriadas devem ser utilizadas para assegurar que as inferências sobre a população são válidas.

2.2.1. Amostragem aleatória simples

DEFINIÇÃO: É a técnica de amostragem em que cada um dos elementos da população tem a mesma chance de ser selecionado.

A escolha dos indivíduos que irão participar da amostra deve utilizar mecanismos de casualidade, tais como: Tabela de números aleatórios, geração de números aleatórios no computador ou sorteio.

PENSE

Suponha que para selecionar dez peças que estão sendo produzidas em um processo de usinagem, você se desloque até o equipamento e recolha dez peças em sequencia. Essas dez peças representam a produção do turno?

2.2.1.1. Tabela de números aleatórios

Um dos mecanismos utilizados para a seleção é a tabela de números aleatórios, que consiste em uma série de números listados em uma sequência aleatória. Sistemas computacionais elaboram números aleatórios. O Excel dispõe da função "ALEATÓRIO" para gerar números aleatórios.

A tabela de números aleatórios mostrada na figura 3, a seguir está disponível em livros de estatística.

1	110097	479559	982226	077374	928142	207953	057806	337471
2	742890	944861	778192	671687	017730	994134	225736	183901
3	299019	107618	274053	960866	216264	266729	217014	987601
4	660460	452215	256678	108232	033043	341106	126786	450175
5	366065	526922	084715	529061	130333	638222	848232	271889
6	431060	865300	589315	132582	291646	777783	029051	986132
7	075994	162524	664403	572786	455776	222823	631353	266533
8	499266	315540	030390	598298	971990	852904	919118	316653
9	408201	442549	298765	787220	498779	613057	889772	581622
10	025776	318677	345399	402548	347360	632133	221494	702742
11	146991	834599	199832	318503	419997	016616	686742	842737
12	373845	324865	979007	812918	499586	077058	842703	342137
13	730602	608103	375906	614717	448256	632214	337935	767147
14	300072	012900	988228	839557	031965	026719	241881	893387
15	659320	612544	528540	944634	995686	339931	235153	673312
16	580124	567983	067539	079231	460787	491371	394102	163998
17	194758	997930	442341	903877	598331	421417	262697	499808
18	344799	741256	292659	984599	791333	677104	837074	476017
19	099875	657033	582421	045889	916638	637945	634258	502073
20	484385	129186	802609	361177	579753	743093	282200	759124
21	548934	148193	326183	147071	469166	886586	274978	890464
22	644104	524093	772925	383858	645778	823231	372281	307995

Figura 3: Exemplo de uma tabela de números aleatórios.

COMO UTILIZAR A TABELA:

1º - Numerar todos os elementos da população N.

2º - Determinar as combinações dos algarismos para assegurar correspondência entre os dígitos aleatórios e os elementos da população.

3º - Escolher o ponto de partida arbitrário na tabela antes do início do processo:

4º - Horizontal: da direita para esquerda ou da esquerda para direita

5º - Vertical: de cima para baixo ou de baixo para cima.

6º - Descartar os números maiores que o tamanho da amostra e/ou os repetidos.

7º - Usar os números escolhidos e identificar os elementos da amostra

REALIZE

A tabela a seguir refere-se aos diâmetros de 30 eixos produzidos por uma indústria automobilística (dados hipotéticos):

Eixo	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
Diâmetros	26	32	26	19	20	22	30	31	17	20	16	17	28	15	26

Eixo	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Diâmetros	19	14	16	16	26	27	31	13	26	18	29	18	16	21	24

Extraia, sem reposição, uma amostra aleatória de tamanho n=5.

2.2.2. Amostragem sistemática

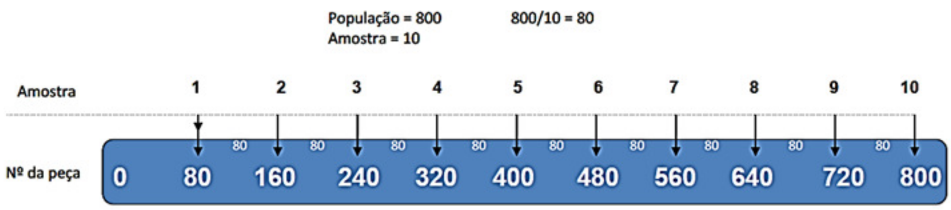
DEFINIÇÃO: É a técnica de amostragem em que os membros da amostra são selecionados em intervalos regulares.

Os indivíduos são selecionados com base em um intervalo (I) que pode ser definido inicialmente ou, se conhecidas às dimensões da população (N) e o número de indivíduos a selecionar (n), é definido por:

$$I = \frac{N}{n}$$

EXEMPLO

Deseja-se retirar uma amostra de n = 10 unidades de peças de uma população de tamanho N = 800. O intervalo de seleção é, então $800/10 = 80$. Deste modo, 80 seria o primeiro elemento a ser considerado para a amostra; os demais elementos seriam periodicamente considerados de 80 em 80. Nesse caso escolhem-se aquelas que estiverem nas seguintes posições: 80, 160, 240, 320, 400, 480, 560, 640, 720, 800.



Vantagens:

- Facilidade de determinação dos elementos da amostra;
- Não precisa usar números aleatórios;
- Mais rapidez para grandes populações.

Desvantagens:

- Cuidado com fenômenos sazonais.

2.2.3. Amostragem estratificada

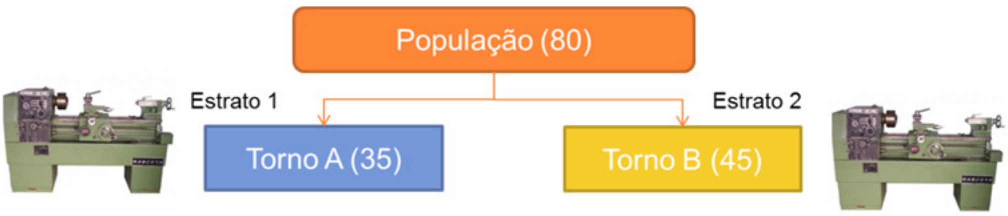
DEFINIÇÃO: É a técnica de amostragem em que dividimos todos os elementos da população em grupos (estratos) de idênticas características.

Quando é importante que uma amostra tenha membros de cada segmento da população, devemos usar uma amostra estratificada.

EXEMPLO

Uma empresa produz peças usinadas em dois tornos (torno A e torno B). Se extrairmos uma amostra aleatória simples corremos o risco de analisarmos as peças fabricadas por apenas uma das máquinas sendo assim a amostra não seria representativa da população, neste caso utiliza-se uma amostra estratificada.

Supondo que haja 35 peças fabricadas pelo torno A e 45 pelo torno B, teremos a seguinte formação dos estratos:



Como a amostra precisa representar a população, temos que o número de elementos em cada estrato é proporcional ao número de elementos existentes no estrato. Para retirar uma amostra de 12 elementos (15%) da população teremos por extrato a seguinte relação:

Máquina	População	15%	Amostra
Torno A	35	35 X 15% = 5,25	5
Torno B	45	45 X 15% = 6,75	7
TOTAL	80	80 X 15% = 12	12

Logo coleta-se através de amostragem sistemática ou aleatória simples, cinco peças fabricadas pelo Torno A e sete peças fabricadas pelo Torno B.

Outras estratificações podem ser utilizadas na indústria:

Por turno de trabalho: 1º turno, 2º turno e 3º turno.

Por operador: Operador A, B e C

Por fornecedor: Fornecedor X, Y e Z

REALIZE

1. Com o objetivo de verificar a dureza superficial das peças produzidas após o processo de fabricação por estampagem, selecione uma amostra aleatória simples com n = 10. Utilize a tabela de números aleatórios em anexo.

Código da peça	Prensa utilizada	Código da peça	Prensa utilizada
XX00541	PH 160	XX00556	LE- 160
XX00542	PH 160	XX00557	LE- 160
XX00543	GUT 160	XX00558	PH 160
XX00544	PH 160	XX00559	LE- 160
XX00545	GUT 160	XX00560	PH 160
XX00546	PH 160	XX00561	PH 160
XX00547	GUT 160	XX00562	GUT 160
XX00548	PH 160	XX00563	GUT 160
XX00549	GUT 160	XX00564	PH 160
XX00550	LE- 160	XX00565	PH 160
XX00551	LE- 160	XX00566	PH 160
XX00552	PH 160	XX00567	GUT 160
XX00553	GUT 160	XX00568	PH 160
XX00554	GUT 160	XX00569	GUT 160
XX00555	PH 160	XX00570	PH 160

2. Para analisar a influencia da prensa e da ferramenta na qualidade superficial das peças selecione uma amostra estratificada com n = 6.

3. Porque não é possível analisar a resistência mecânica através de um ensaio de tração todas as peças produzidas?

2. Estatística descritiva

É o ramo da estatística que envolve a organização, o resumo e a representação dos dados para a tomada de decisão.

Para resumir a quantidade de informação contida em um conjunto de dados, os estatísticos definem medidas que descrevem, através de um só elemento, características dos dados. Algumas medidas descrevem a tendência central, isto é, a tendência que os dados têm de se agrupar em torno de certos valores. Outras medidas descrevem a variabilidade dos dados, ou seja, como eles estão distribuídos em torno da tendência central.

3.1. Medidas de tendência central

DEFINIÇÃO: É um valor que representa uma entrada típica ou central do conjunto de dados.

As três medidas de tendência central mais comumente utilizada são a **média**, a **mediana** e a **moda**.

3.1.1. Média

DEFINIÇÃO: A média de um conjunto de dados é a soma das entradas de dados dividida pelo número de entradas.

MÉDIA AMOSTRAL: $$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \qquad \frac{\leftarrow soma \quad de \quad todos \quad valores}{\leftarrow número \quad de \quad valores \quad amostrais}$$

MÉDIA POPULACIONAL: $$\mu = \frac{\sum x}{N} \qquad \frac{\leftarrow soma \quad de \quad todos \quad valores}{\leftarrow número \quad de \quad valores \quad da \quad população}$$

EXEMPLO

Seis peças foram selecionadas aleatoriamente e seus diâmetros medidos através de um paquímetro. As medidas obtidas foram as seguintes:

21,4 21,5 21,8 21,6 21,7 21,8

Determine a media amostral dos diâmetros:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{21{,}4 + 21{,}5 + 21{,}8 + 21{,}6 + 21{,}7 + 21{,}8}{6} = \frac{129{,}8}{6} = 21{,}63mm$$

REALIZE

Determine a dureza média (HRC) de uma amostra de peças obtidas através de uma amostragem sistemática com n = 10.

Dureza (HRC)				
45	43	51	52	42
47	46	46	48	45

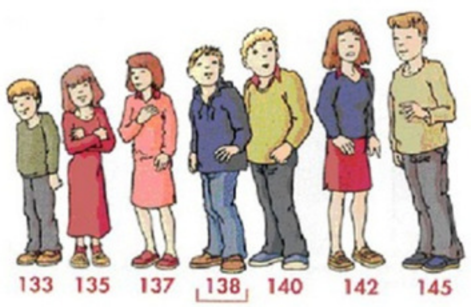
3.1.2. Mediana

DEFINIÇÃO: A mediana de um conjunto de dados é um valor que está no meio dos dados quando o conjunto de dados é ordenado.

A mediana mede o centro de um conjunto de **dados ordenados** dividindo-se em duas partes iguais.

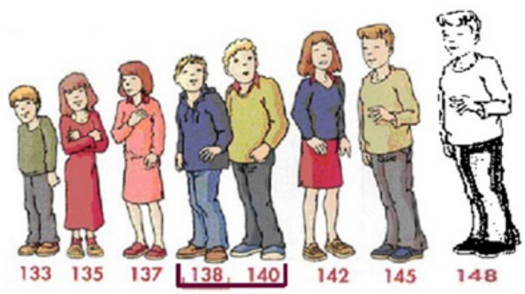
EXEMPLO

Se o conjunto de dados tem um número impar de entradas a mediana é a entrada de dados do meio.



Médiana = 138 cm

Se o conjunto de dados tem um número par de entradas, a mediana é a média das duas entradas do meio.



Mediana = $\dfrac{138+140}{2} = 139cm$

REALIZE

Determine a mediana das medidas de dureza (HRC) de uma amostra de peças obtidas através de uma amostragem sistemática com n = 10.

Dureza (HRC)				
45	43	51	52	42
47	46	46	48	45

3.1.3. Moda

DEFINIÇÃO: A moda de um conjunto de dados é uma entrada que ocorre com a maior frequência.

Se nenhuma entrada é repetida, o conjunto de dados não tem moda. Se duas entradas ocorrem com mesma frequência, cada entrada é uma moda e o conjunto é chamado de bimodal.

EXEMPLO

Seis peças foram selecionadas aleatoriamente e seus diâmetros medidos através de um paquímetro. As medidas obtidas foram as seguintes:

21,4   21,5   21,8   21,6   21,6   21,8

Determine a moda dos dados:

O valor de maior frequência é o 21,6 mm, logo esse valor é a moda.

3.1.4. Comparando a média, a mediana e a moda

Embora a média, a mediana e a moda descrevam, cada uma, determinada entrada típica de dados, há vantagens e desvantagens no uso de cada uma delas. A média é uma medição confiável, pois leva em conta cada entrada dos dados, mas pode ser muito afetada quando o conjunto de dados tem valores discrepantes.

DEFINIÇÃO: Um valor discrepante (outlier) é uma entrada de dados que está muito afastada das outras entradas em um conjunto de dados.

PENSE

Seis peças foram selecionadas aleatoriamente e seus diâmetros medidos através de um paquímetro. As medidas obtidas foram as seguintes:

2,14 21,5 21,8 21,6 21,6 21,8

Determine a média, a mediana e a moda dos dados acima. Qual medida de tendência central melhor representa os dados? Qual foi o erro que pode ter sido cometido durante a coleta de dados?

3.1.5. Média ponderada

Às vezes, os dados contêm, entradas que têm uma maior efeito na média do que outras. Para encontrar a média de tais conjuntos de dados, você deve encontrar a média ponderada.

DEFINIÇÃO: Uma média ponderada é a média de um conjunto de dados cujas entradas têm pesos variados. Uma média ponderada é dada por:

$$Média \quad ponderada: \bar{x} = \frac{\sum(w \cdot x)}{\sum w}$$

Soma dos produtos do peso pelo valor

Soma dos pesos

EXEMPLO

Determine a quantidade média de cada tipo de peças produzidas por mês da empresa que possui o seguinte volume de produção mensal:

Quantidade produzida	Tipos de peças
200	A, B, C e D
500	E, F e G
1200	H
2000	I e J
4500	K

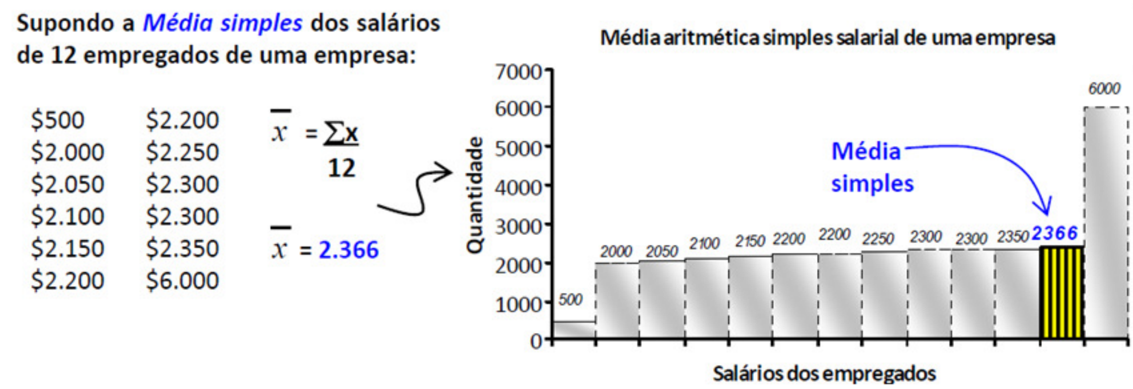
$$\bar{x} = \frac{(200\times4)+(500\times3)+(1200\times1)+(2000\times2)+(4000\times1)}{4+3+1+2+1} = 1091 \text{ peças}$$

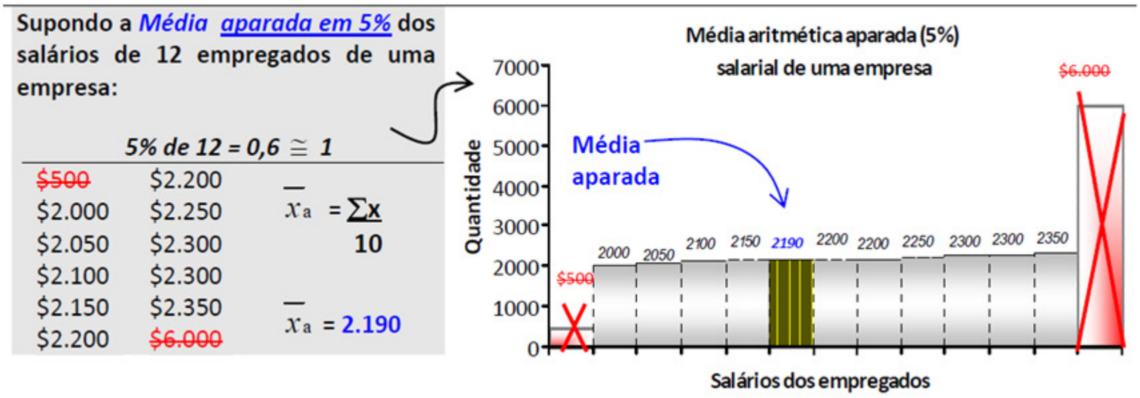
3.1.6. Média aparada

Como a média é sensível a valores extremos, a média aparada ou média truncada é o calculo da média após a retirada dos valores extremos.

DEFINIÇÃO: A média aparada é semelhante a média simples, porem, descartando-se em partes iguais alguns números nos extremos inferior e superior.

EXEMPLO





Neste exemplo, 5% de 12 dados é igual a 0,6. Arredondando esse valor para 1, indica que a média aparada de 5% significa eliminar 1 menor valor ($500) e o maior valor ($6.000). A média aparada de 5% usando-se as 10 observações restantes será, então, $2.190.

3.2. Medidas de variação

O termo "variação" sugere tornar vário ou diverso; alterar, diversificar, mudar, ser inconstante, não ser conforme, discrepar. Na maioria dos casos existirá variação em um conjunto de dados, independente da característica que esteja sendo medida.

EXEMPLO

Considere a quantidade de peças produzidas por três equipamentos distintos (X, Y e Z):

Máquina X	Máquina Y	Máquina Z
70	68	5
70	69	15
70	70	50
70	71	120
70	72	160

Observamos então que os três conjuntos apresentam a mesma média aritmética = 350/5 = 70.

Entretanto, é fácil notar que o conjunto X é mais homogêneo que os conjuntos Y e Z, já que todos os valores são iguais à média. O conjunto Y, por sua vez, é mais homogêneo que o conjunto Z, pois há menor diversificação entre cada um de seus valores e a média representativa.

A média aritmética sozinha não é capaz de representar completamente os dados obtidos. Além da medida de tendência central é fundamental obtermos informação sobre a variabilidade dos dados. As principais medidas de variação são o desvio padrão, a variância e o coeficiente de variação.

3.2.1. Desvio padrão

O desvio padrão é um modo que se usa para medir a variabilidade entre os números em um conjunto de dados.

É a medida de dispersão mais geralmente empregada, pois leva em consideração a totalidade dos valores da variável em estudo. É um indicador de variabilidade bastante estável. O desvio padrão baseia-se nos desvios em torno da média.

DEFINIÇÃO: Desvio padrão é a raiz da média das soma dos quadrados dos desvios de cada dado em relação a média aritmética.

DESVIO PADRÃO POPULACIONAL: $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}}$

DESVIO PADRÃO AMOSTRAL: $s = \sqrt{\dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

EXEMPLO

Determine o desvio padrão da quantidade de peças produzidas pelas máquinas X, Y Z, conforme os dados mostrados na tabela ao lado:

Como a média aritmética das três maquinas é igual a 70, vide exemplo anterior, basta aplicar a definição de desvio padrão para cada equipamento:

Máquina X	Máquina Y	Máquina Z
70	68	5
70	69	15
70	70	50
70	71	120
70	72	160

Máquina X:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(70-70)^2 + (70-70)^2 + (70-70)^2 + (70-70)^2 + (70-70)^2}{5-1}} = 0$$

Máquina Y:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(68-70)^2 + (69-70)^2 + (70-70)^2 + (71-70)^2 + (72-70)^2}{5-1}} = 1{,}6$$

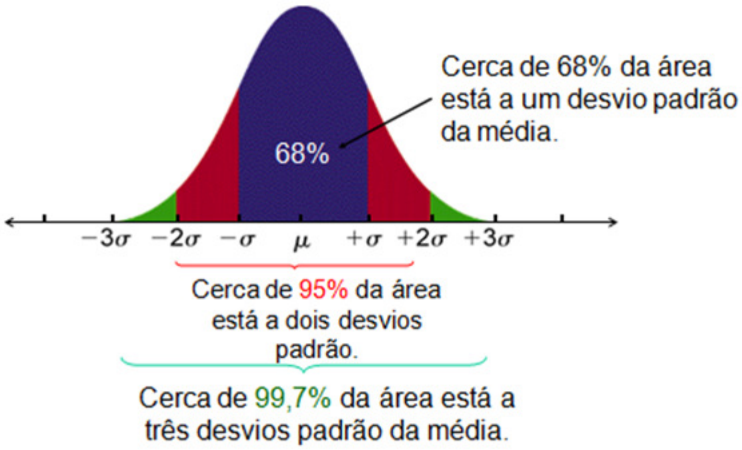
Máquina Z:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(5-70)^2 + (15-70)^2 + (50-70)^2 + (120-70)^2 + (160-70)^2}{5-1}} = 67{,}5$$

3.2.2. Interpretação do desvio padrão

Para interpretar o desvio padrão devemos lembrar que ele é a medida de quanto uma entrada típica se desvia da média. Quanto mais espalhadas estiverem as entradas, maior será o desvio padrão.

Muitos conjuntos de dados têm distribuições que são aproximadamente simétricas e têm curva em forma de sino (distribuição normal).Para esse tipo de distribuição podemos utilizar a regra empírica para interpretar o significado do desvio padrão;



Em torno de 68% dos dados amostrais estão a 1 desvios padrões da média.

Em torno de 95% dos dados amostrais estão a 2 desvios padrões da média.

Em torno de 99,7% dos dados amostrais estão a 3 desvios padrões da média.

3.2.3. Variância

DEFINIÇÃO: É o desvio padrão elevado ao quadrado.

σ^2 : variância populacional

s^2 : variância amostral

O desvio padrão tem a unidade de medida igual a unidade de medida original da variável, entretanto a variância apresentará a unidade de medida elevada ao quadrado. Quando se deseja comparar a variabilidade de duas ou mais distribuições, mesmo quando essas se referem a diferentes fenômenos e sejam expressas em unidades de medidas distintas, podemos utilizar o Coeficiente de Variação de Pearson (medida de dispersão relativa).

3.2.4. Coeficiente de variação de pearson

Na estatística descritiva o desvio padrão por si só tem grandes limitações. Assim, um desvio padrão de 2 unidades pode ser considerado pequeno para uma série de valores cujo valor médio é 200; no entanto, se a média for igual a 20, o mesmo não pode ser dito.

Além disso, o fato de o desvio padrão ser expresso na mesma unidade dos dados limita o seu emprego quando desejamos comparar duas ou mais séries de valores, relativamente à sua dispersão ou variabilidade, quando expressas em unidades diferentes.

Para contornar essas dificuldades e limitações, podemos caracterizar a dispersão ou variabilidade dos dados em termos relativos a seu valor médio.

DEFINIÇÃO: Coeficiente de Variação de Pearson é a razão entre o desvio padrão e a média referentes aos dados de uma mesma série.

$$cv = \frac{s}{\bar{x}}$$

EXEMPLO

Duas medidas são realizadas em uma peça usinada, o diâmetro final e o comprimento. Determine qual dessas medidas está mais instável?

	Comprimento (cm)	Diâmetro (mm)
Média	25	45
Desvio padrão	2,85	3,85

Como as variáveis possuem unidades diferentes a comparação só poderá ser realizada pelo coeficiente de variação:

Comprimento:

$$cv = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2,85}{25} \times 100 = 11,4\%$$

Diâmetro:

$$cv = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{3,85}{45} \times 100 = 8,6\%$$

O comprimento da peça é menos estável que o diâmetro da mesma.

REALIZE

1- Os tempos de falha (em horas) de um componente eletrônico sujeito a um teste acelerado de tempo de vida são mostrados a seguir. Para acelerar o teste de falha, as unidades foram testadas a uma temperatura elevada (ler de cima para baixo, da esquerda para a direita).

127	124	121	118
125	123	136	131
131	120	140	125
124	119	137	133
129	128	125	141
121	133	124	125
142	137	128	140
151	124	129	131
160	142	130	129
125	123	122	126

(a) Calcule a média e desvio padrão amostrais
(b) Ache a mediana amostral
(c) Calcule o coeficiente de variação.

2- O volume preenchido de latas de refrigerante está sendo analisado com relação à sua variabilidade. Dez latas, aleatoriamente selecionadas do processo de produção, são medidas e os resultados são os seguintes (em onças): 7,8; 10,05; 10,03; 10,02; 10,04; 10,05; 10,01; 10,02; 10,02; 10,03; 10,01; 15,02

(a) Calcule a média amostral
(b) Calcule a mediana
(c) Calcule a média aparada com m = 1

(d) Calcule o desvio padrão amostral
(e) Calcule o coeficiente de variação.

3- Os diâmetros internos de oito mancais (em mm) são dados a seguir.

(a) calcule a média amostral
(b) calcule o desvio padrão amostral

50,001	50,005	50,002	49,996
49,998	50,003	50,006	50,004

4- As nove medidas apresentadas a seguir são temperaturas de forno registradas em lotes sucessivos em um processo de fabricação de semicondutores (dados em ’F).

(a) calcule a média amostral
(b) ache a mediana amostral
(c) calcule o desvio padrão amostral
(d) calcule o coeficiente de variação.

953	955	948
951	957	949
954	950	959

5- A força para abertura de tubos circulares com tampas nos extremos é medida. Os primeiros resultados são (em kN):

(a) calcule a média amostral
(b) calcule o desvio padrão amostral

96	102	104	108
126	128	150	156

6- Em uma região da cidade realizou-se teste de QI em seus alunos, a tabela abaixo mostra os dados obtidos:

Qual o QI médio dos três estabelecimentos? Qual o tipo de media você utilizou?

Estabelecimento	N° de alunos	QI médio
A	790	104
B	455	110
C	530	106

3.3. Tabela de frequência

Quando um dado tem muitas entradas, pode ser difícil de ver padrões. Para organizar os dados podemos organiza-los em intervalos chamados classes, formando assim uma tabela de frequência, com essa tabela podemos construir gráficos.

DEFINIÇÃO: A distribuição de frequência é uma tabela que mostra classes ou intervalos das entradas de dados com uma contagem do número de entradas em cada classe. A frequência n de uma classe é o número de entradas de dados em uma classe.

EXEMPLO

Na tabela de frequência ao lado podemos ver 7 classes. Os dados que estão entre o **limite inferior** (inclusive o LI) e o **limite superior** (o LS não entre na classe) fazem parte daquela classe. Por exemplo, na primeira classe temos quatro dados que estão entre 6 e 28. A **largura da classe** é a distância entre o limite superior e o inferior de cada classe (28 - 6 = 22).

Classe	n
6 ├─ 28	4
28 ├─ 50	3
50 ├─ 72	9
72 ├─ 94	18
94 ├─ 116	6
116 ├─ 138	6
138 ├─ 160	4

COMO CONSTRUIR UMA TABELA DE FREQUÊNCIA

Os dados a seguir foram coletados por um radar instalado na BR 381. Construa uma tabela de frequências para esses dados.

Velocidade de 40 veículos (Km/h)

70	90	100	110	123
71	93	102	115	123
73	95	103	115	123
76	97	105	115	123
80	97	105	117	124
81	97	109	117	124
83	99	109	121	128
86	99	109	121	128

A) Decida o número de classes para serem incluídas na distribuição de frequência. O número de classes deve estar entre 5 e 20; caso contrário, pode ser difícil detectar os padrões. Uma maneira de determinar o número de classes é utilizando a regra da raiz quadrada:

$k = \sqrt{n}$, onde k = número de classes e n = total de dados

$$k = \sqrt{40} = 6{,}3 \Rightarrow \cong 6 \text{ classes}$$

B) Encontre a largura da classe. Para divida a amplitude dos dados pelo número de classes e arredonde para o próximo número que seja conveniente.

$$A_{classe} = \frac{\text{Maior valor} - \text{Menor valor}}{k}$$

$$A_{classe} = \frac{128 - 70}{6} = 9{,}6 \cong 10$$

C) Encontre os limites das classes. Você pode usar a entrada de dados mínima como limite inferior da primeira classe. Para encontrar o limite superior basta somar ao limite inferior o valor da amplitude da classe. O limite inferior da próxima classe é igual ao limite superior da classe anterior.

CONCEITO IMPORTANTE: Tipo de intervalo de classe

Tipo	Representação	Dados do intervalo
Aberto	70 — 80	70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80
Fechado à esquerda	**70 ⊢— 80**	**70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,** 80
Fechado	70 ⊢—⊣ 80	70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80
Fechado à direita	70 —⊣ 80	70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80

No Brasil costuma-se utilizar o intervalo **Fechado à esquerda** (Resolução 866/66 do IBGE). Já na literatura estrangeira utiliza-se somente com intervalo fechado.

A partir do menor valor (70 km/h) somando com a amplitude de classe (10 km/h) até que se chegue na 6ª classe, assim:

Velocidade	
Limite inferior	Limite superior
70	70 + 10 = 80
80	80 + 10 = 90
90	90 + 10 = 100
100	100 + 10 = 110
110	110 + 10 = 120
120	120 + 10 = 130

D) Construir o intervalo da classe e contar o número de dados que pertence a cada classe:

Velocidade de 40 veículos (Km/h)

70	***90***	***100***	***110***	***123***
71	***93***	***102***	***115***	***123***
73	***95***	***103***	***115***	***123***
76	***97***	***105***	***115***	***123***
80	***97***	***105***	***117***	***124***
81	***97***	***109***	***117***	***124***
83	***99***	***109***	***121***	***128***
86	***99***	***109***	***121***	***128***

Classe	n
70 ├── 80	4
80 ├── 90	4
90 ├── 100	8
100 ├── 110	8
110 ├── 120	6
120 ├── 130	10

E) Depois de construir uma distribuição de frequência padrão tal como mostrada no exemplo anterior, é possível adicionar uma serie de características que ajudarão a fornecer um melhor entendimento dos dados.

Frequência relativa (f):

DEFINIÇÃO: É a porcentagem dos dados que estão em determinada classe.

$f_i = \dfrac{n_i}{n}$, onde n_i = frequência absoluta da classe e n = número total de dados

Classe	n	f
70 ├── 80	4	0,1
80 ├── 90	4	0,1
90 ├── 100	8	0,2
100 ├── 110	8	0,2
110 ├── 120	6	0,15
120 ├── 130	10	0,25
TOTAL	40	1,00

1º classe: $f_1 = \dfrac{n_1}{n} = \dfrac{4}{40} = 0{,}1 \Rightarrow 10\%$

2º classe: $f_2 = \dfrac{n_2}{n} = \dfrac{4}{40} = 0{,}1 \Rightarrow 10\%$

3º classe: $f_3 = \dfrac{n_3}{n} = \dfrac{8}{40} = 0{,}2 \Rightarrow 20\%$

4º classe: $f_4 = \dfrac{n_4}{n} = \dfrac{8}{40} = 0{,}2 \Rightarrow 20\%$

Frequência acumulada (N):

DEFINIÇÃO: É a soma da frequência para aquela classe e todas as anteriores.

Classe	n	f	N
70 ├─ 80	4	0,1	4
80 ├─ 90	4	0,1	8
90 ├─ 100	8	0,2	16
100 ├─ 110	8	0,2	24
110 ├─ 120	6	0,15	30
120 ├─ 130	10	0,25	40
TOTAL	40	1,00	

1º classe: $N_1 = n_i = 4$

2º classe: $N_2 = n_1 + n_2 = 4 + 4 = 8$

3º classe: $N_3 = n_1 + n_2 + n_3 = 4 + 4 + 8 = 16$

4º classe: $N_4 = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 4 + 4 + 8 + 8 = 24$

5º classe: $N_5 = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = 4 + 4 + 8 + 8 + 6 = 30$

6º classe: $N_6 = n = 40$

Frequência relativa acumulada (F):

DEFINIÇÃO: É a soma das frequências relativas até a classe.

Classe	n	f	N	F
70 ├─ 80	4	0,1	4	0,1
80 ├─ 90	4	0,1	8	0,2
90 ├─ 100	8	0,2	16	0,4
100 ├─ 110	8	0,2	24	0,6
110 ├─ 120	6	0,15	30	0,75
120 ├─ 130	10	0,25	40	1
TOTAL	40	1,00		

1º classe: $F_1 = f_1 = 0{,}1 \Rightarrow 10\%$

2º classe: $F_2 = f_1 + f_2 = 0{,}1 + 0{,}1 = 0{,}2 \Rightarrow 20\%$

3º classe: $F_3 = f_1 + f_2 + f_3 = 0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}2 = 0{,}4 \Rightarrow 40\%$

Ponto médio (x):

DEFINIÇÃO: É o ponto que divide o intervalo da classe em duas partes iguais.

$$x_i = \frac{LS + LI}{2}$$, onde LS = Limite superior da classe e LI = Limite inferior da classe.

Classe	n	f	N	F	xi
70 ├─ 80	4	0,1	4	0,1	75
80 ├─ 90	4	0,1	8	0,2	85
90 ├─ 100	8	0,2	16	0,4	95
100 ├─ 110	8	0,2	24	0,6	105
110 ├─ 120	6	0,15	30	0,75	115
120 ├─ 130	10	0,25	40	1	125
TOTAL	40	1,00			

1º classe: $x_1 = \dfrac{80 + 70}{2} = 75 \text{ km/h}$

2º classe: $x_1 = \dfrac{90 + 80}{2} = 85 \text{ km/h}$

3º classe: $x_1 = \dfrac{100 + 90}{2} = 95 \text{ km/h}$

3.4. Histograma

DEFINIÇÃO: É um diagrama de barras que representa a distribuição de frequência de um conjunto de dados.

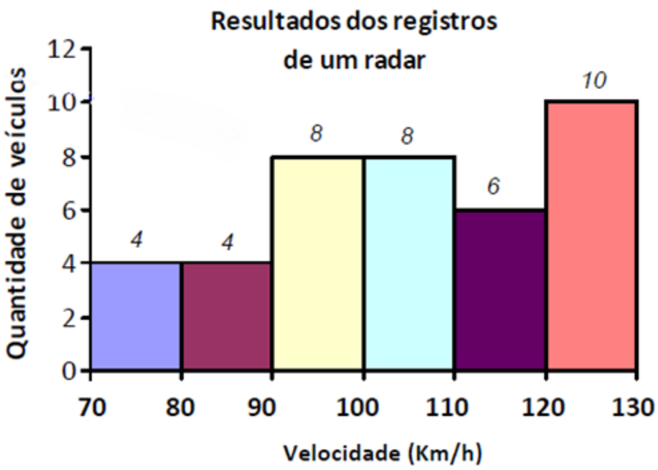
Propriedades do histograma:

- A escala horizontal é quantitativa e mede os valores dos dados
- A escala vertical mede as frequências das classes
- As barras consecutivas devem estar encostadas uma nas outras.

COMO CONSTRUIR UM HISTOGRAMA

Através da tabela de frequência podemos construir um histograma:

Classe	n
70 ├── 80	4
80 ├── 90	4
90 ├── 100	8
100 ├── 110	8
110 ├── 120	6
120 ├── 130	10



3.4.1. Formas do histograma

Histograma é uma ferramenta estatística que permite resumir informações de um conjunto de dados, visualizando a forma da distribuição desses dados, a localização do valor central e a dispersão dos dados em torno do valor central.

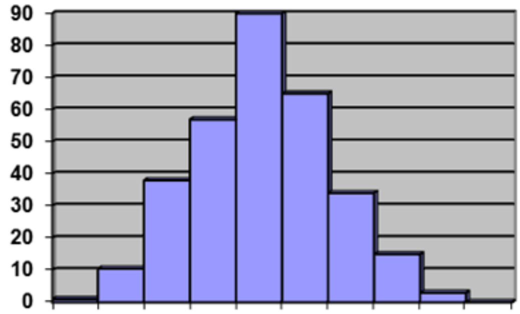
Ou seja, em análises de processos produtivos, frequentemente obtemos informações úteis sobre a população/amostra de dados coletados pela análise da forma do histograma.

Um histograma pode ter as seguintes formas:

- Simétrico
- Assimétrico
- Despenhadeiro
- Pico isolado
- Bimodal
- Achatado ou Platô

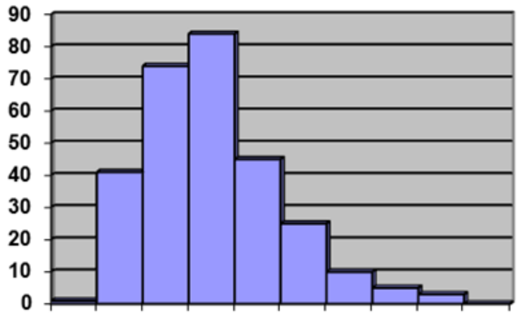
3.4.1.1. Histograma simétrico, tipo distribuição Normal:

Característica: a frequência é mais alta no centro e decresce gradualmente para as caudas de maneira simétrica (forma de sino). A média e a mediana são aproximadamente iguais e localizam-se no centro do histograma (ponto de pico).



Quando ocorre: forma usualmente observada em processos padronizados, estáveis, em que a característica de qualidade é contínua e não apresenta nenhuma restrição teórica nos valores que podem ocorrer.

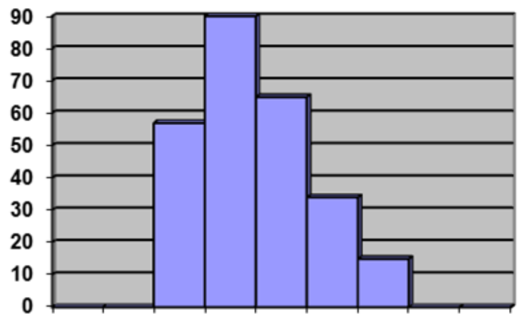
3.4.1.2. Histograma assimétrico e com apenas um pico:

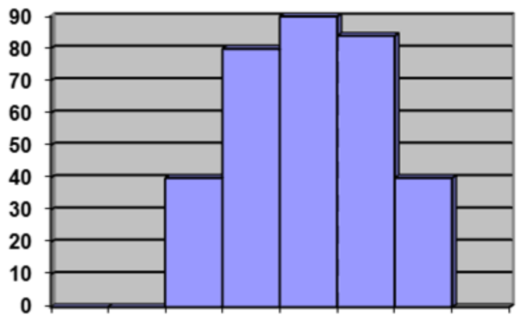


Características: a freqüência decresce bruscamente em um dos lados de forma gradual no outro, produzindo uma calda mais longa em um dos lados. A média localiza-se fora do meio da faixa de variação. Quando a assimetria é à direita a mediana é inferior a média. Quando a assimetria é à esquerda a mediana é superior à média.

Quando ocorre: possivelmente a característica de qualidade possui apenas um limite de especificação e é controlada durante o processo, de modo que satisfaça a essa especificação.

3.4.1.3. Histograma tipo “despenhadeiro”:





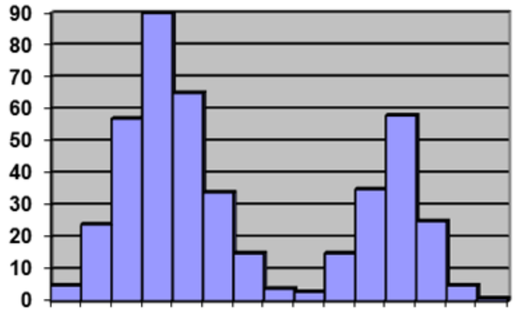
Característica: o histograma termina abruptamente de um ou dos dois lados, dando a impressão de faltar um pedaço na figura.

Quando ocorre: possivelmente foram eliminados dados por uma inspeção 100%; nesse caso o “corte” coincide com os limites de especificação.

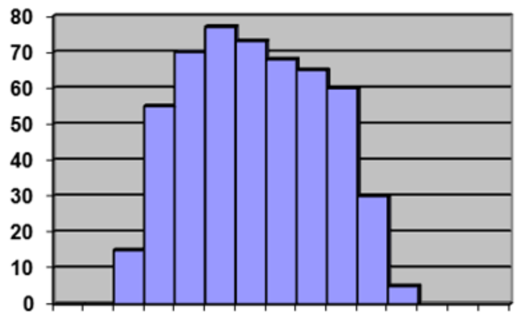
3.4.1.4. Histograma com dois picos:

Característica: ocorrem dois picos e a freqüência é baixa entre eles

Quando ocorre: em situações em que há mistura de dados com médias diferentes obtidos em duas condições distintas. Por exemplo, dois tipos de matérias primas, duas máquinas ou dois operadores. A estratificação dos dados segundo esses fatores poderá confirmar ou não tais conjecturas.



3.4.1.5. Histograma do tipo "platô"



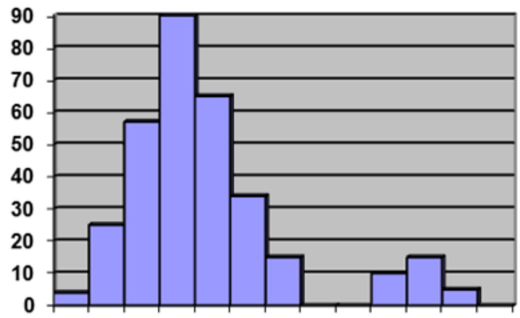
Característica: classes centrais possuem aproximadamente a mesma frequência.

Quando ocorre: aspecto possível quando há mistura de várias distribuições com médias diferentes

3.4.1.6. Histograma com uma pequena "ilha" isolada:

Característica: algumas faixas de valores da característica de qualidade observada ficam isoladas da grande maioria dos dados, gerando barras ou pequenos agrupamentos separados.

Quando ocorre: possivelmente ocorreram anormalidades temporárias no processo, erros de medição, erros de registro ou transcrição dos dados, produzindo alguns resultados muito diferentes dos demais.



REALIZE

1. A tabela a seguir mostra as dimensões em mm do comprimento de uma amostra de eixos, com base nesses dados:

35	40	43	45	47
49	50	50	55	58
59	60	60	64	65
65	70	70	72	75
80	80	80	85	95

A) Fazer uma distribuição de frequência;
B) Calcular os pontos médios;
C) Determinar as frequências relativas e acumuladas.
D) Calcule a média para os dados agrupados na distribuição de frequências.
E) Calcule o desvio-padrão para os dados agrupados na distribuição de frequências .

2. A tabela abaixo mostra a distribuição de frequência dos dados resultantes das emissões de um determinado gás um um processo de fabricação.
Com base nesses dados, determine:

Emissão (µg/L)	Nº de ocorrências
50 – 59	8
60 – 69	10
70 – 79	16
80 – 89	14
90 – 99	10
100 – 109	5
110 – 119	2
Total	65

A) O limite inferior da 4ª classe
B) O limite superior da 5ª classe
C) O ponto médio da 3ª classe
D) A amplitude das classes
E) As frequências, absoluta e relativa, da 1ª e da 7ª classes
F) O intervalo de classe de maior frequência
G) A porcentagem de emissões que ultrapassaram o limite de 100 µg/L
H) A porcentagem de emissões que se mantiveram nos valores aceitáveis entre 70 a 99 µg/L.
I) Faça um histograma e classifique-o de acordo com sua forma.

3.5. Gráfico de Pareto

3.5.1. Conceitos básicos

DEFINIÇÃO: É um gráfico de barras verticais que dispõe a informação de forma a tornar evidente e visual a priorização de temas

O princípio de Pareto estabelece que os problemas relacionados à quantidade (percentual de itens defeituosos, número de reclamações de clientes, modos de falhas de máquinas, perdas de produção, gastos com reparos de produção dentro do prazo de garantia, etc), os quais se traduzem sob a forma de perdas, podem ser classificados em duas categorias: os *"poucos vitais"* e os *"muitos triviais"*. Os *poucos vitais* representam um pequeno número de problemas, mas queno entanto resultam em grandes perdas para a empresa. Já os *muitos triviais* são uma extensa lista de problemas, mas que apesar de seu grande número, convertem-se em perdas pouco significativas.

Em outras palavras, o principio de Pareto estabelece que se identificados, por exemplo, cinquenta problemas relacionados a qualidade, a solução de apenas cinco ou seis desse problemas já poderá representar uma redução de 80 a 90% das perdas que a empresa vem sofrendo devido a ocorrência de todos os problemas existentes.

3.5.2. Como construir um Gráfico de Pareto

EXEMPLO

Considerando uma empresa que tem como objetivo resolver o seguinte problema: *aumento do número de lentes defeituosas produzidas pela empresa a partir de janeiro de 2011.*

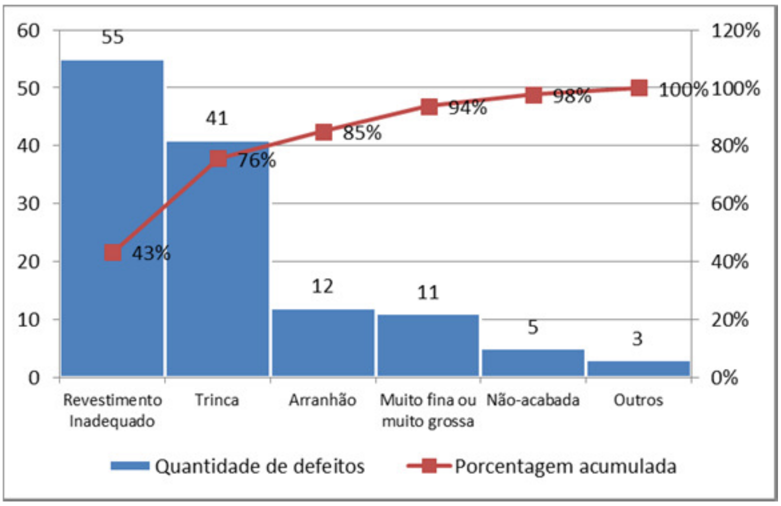
Após coletar amostras de lentes durante uma semana, a empresa classificou os defeitos

Tipo de defeito	Quantidade de defeito
Arranhão	12
Trinca	41
Revestimento Inadequado	55
Muito fina ou muito grossa	11
Não-acabada	5
Outros	3
Total	127

Número total de lentes Inspecionada: 1200 detectados, obtendo o resultado mostrado na tabela a seguir.

É necessário organizar os dados em ordem decrescente, conforme mostra a tabela a seguir:

Tipo de defeito	Quantidade de defeito	Acumulado
Revestimento Inadequado	55	43%
Trinca	41	76%
Arranhão	12	85%
Muito fina ou muito grossa	11	94%
Não-acabada	5	98%
Outros	3	100%
Total	127	-
Número total de lentes Inspecionada: 1200		



Observando o gráfico de Pareto foi imediato para a indústria fabricante de lentes perceber que os dois tipos de defeitos mais frequentes "revestimento inadequado" e "trinca", representavam 76% dos defeitos detectados nas lentes produzidas pela empresa.

É necessário buscar através de outras ferramentas da qualidade, por exemplo, um diagrama de causa e efeito quais as causas dos defeitos nas lentes. Neste exemplo, verificou-se que o fornecedor que vendia um produto mais barato, foi a causa pelo aumento do número de lentes que apresentavam um revestimento inadequado. Também foi verificado que uma peça de uma das máquinas utilizada no processo de fabricação das lentes apresentava um desgaste excessivo, o que resultou no aumento do número de lentes trincadas. A empresa elaborou então o plano de ação, que consistiu em voltar a comprar a matéria-prima do antigo fornecedor e trocar a ferramenta que estava desgastada. Após a adoção destas medidas corretivas (execução), na etapa de verificação, a indústria coletou novos dados relativos às lentes defeituosas produzidas, os quais estão apresentados na Tabela a seguir.

Tipo de defeito	Quantidade de defeito
Arranhão	14
Trinca	6
Revestimento Inadequado	8
Muito fina ou muito grossa	12
Não-acabada	7
Outros	4
Total	51
Número total de lentes Inspecionada: 1200	

A melhoria total obtida foi a seguinte:

$$\text{Melhoria Total} = \frac{\text{Total de Defeitos "Antes"} - \text{Total de Defeitos "Depois"}}{\text{Total de Defeitos "Antes"}}$$

$$\text{Melhoria Total} = \frac{127 - 51}{127} = 59{,}8\%$$

Portanto, a adoção das medidas corretivas reduziu em cerca de 60% o número total de defeitos nas lentes produzidas pela empresa.

ETAPAS PARA A CONSTRUÇÃO DE UM GRÁFICO DE PARETO

Coleta e Preparo dos Dados

1. Defina o tipo de problema a ser estudado.

(itens defeituosos, reclamações, acidentes, perdas financeiras, etc.).

2. Liste os possíveis fatores de estratificação (categorias) do problema escolhido.

(tipo ou localização de defeito, turno, máquina, operador, etc.).

Crie a categoria "outros" para agrupar as ocorrências menos frequentes.

Cada ocorrência da categoria "outros” deve ser completamente identificada.

3. Estabeleça o método e o período de coleta de dados.

4. Elabore uma lista de verificação apropriada para coletar os dados.

5. Preencha a lista de verificação e registre o total de vezes que cada categoria foi observada e o número total de observações.

6. Elabore uma planilha de dados para o gráfico de Pareto, com as seguintes colunas:

- Categorias.
- Quantidades (Totais Individuais).
- Totais Acumulados.
- Percentagens do Total Geral.
- Percentagens Acumuladas.

7. Preencha a planilha de dados, listando as categorias em ordem decrescente de quantidade. A categoria "outros" deve ficar na última linha da planilha, qualquer que seja o seu valor, já que ela é composta por um conjunto de categorias no qual cada elemento assume um valor menor que a menor quantidade associada a cada categoria listada individualmente.

Construção do Gráfico

8. Trace dois eixos verticais de mesmo comprimento e um eixo horizontal.

9. Marque o eixo vertical do lado esquerdo (ou direito) com a escala de zero até o total da coluna Quantidade (Q) da planilha de dados.

Identifique o nome da variável representada neste eixo e a unidade de medida utilizada, caso seja necessário.

10. Marque o eixo vertical do lado direito (ou esquerdo) com uma escala de zero até 100%.

Identifique este eixo como "Percentagem Acumulada (%)".

11. Divida o eixo horizontal em um número de intervalos igual ao número de categorias constantes na planilha de dados.

12. Identifique cada intervalo do eixo horizontal escrevendo os nomes das categorias, na mesma ordem em que eles aparecem na planilha de dados.

13. Construa um gráfico de barras utilizando a escala do eixo vertical do lado esquerdo.

14. Construa a curva de Pareto marcando os valores acumulados (Total Acumulado ou Percentagem Acumulada), acima e no lado direito (ou no centro) do intervalo de cada categoria, e ligue os pontos por segmentos de reta.

15. Registre outras informações que devam constar no gráfico:

- Título.
- Período de coleta dos dados.
- Número total de itens inspecionados.
- Objetivo do estudo realizado.

3.5.3. Tipos de Gráficos de Pareto

3.5.3.1. Gráficos de Pareto para Efeitos

O gráfico de Pareto para efeitos dispõe a informação de modo que se torna possível a identificação do principal problema enfrentado por uma empresa. Pode ser utilizado para descobrir problemas relacionados às cinco dimensões da Qualidade Total:

1. Qualidade:

Percentual de produtos defeituosos, número de reclamações de clientes, número de devoluções de produtos.

2. Custo:

Perdas de produção, gastos com reparos de produtos dentro do prazo de garantia, custos de manutenção de equipamentos.

3. Entrega:

Índices de atrasos de entrega, índices de entrega em quantidade e local errados, falta de matéria-prima em estoque.

4. Moral:

Índices de reclamações trabalhistas, índices de demissões, absenteísmo.

5. Segurança:

Número de acidentes de trabalho, índices de gravidade de acidentes, número de acidentes sofridos por usuários do produto.

3.5.3.2. Gráficos de Pareto para Causas

O gráfico de Pareto para causas dispõe a informação de modo que se torna possível a identificação das principais causas de um problema. Estas causas fazem parte dos fatores que compõem um processo:

1. Equipamentos:

Desgaste, manutenção, modo de operação, tipo de ferramenta utilizada.

2. Insumos:

Fornecedor, lote, tipo, armazenamento, transporte.

3. Informações do Processo ou Medidas:

Calibração e precisão dos instrumentos de medição, método de medição.

4. Condições Ambientais:

Temperatura, umidade, iluminação, clima.

5. Pessoas:

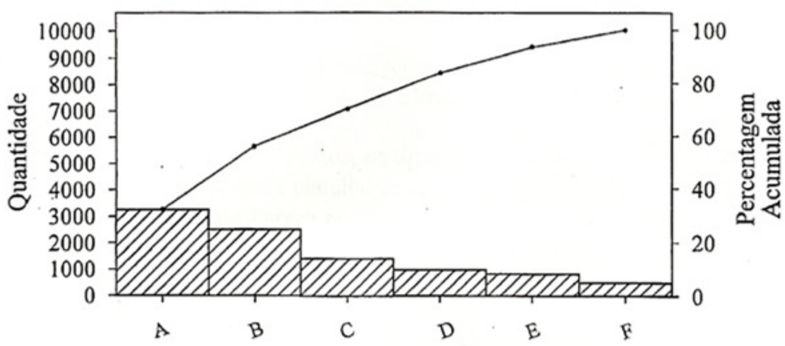
Idade, treinamento, saúde, experiência.

6. Métodos ou Procedimentos:

Informação, atualização, clareza das instruções.

A Figura abaixo apresenta um exemplo de gráfico de Pareto para causas. Esta figura é um gráfico de Pareto para as causas de perdas de produção provocadas pelas paradas de um torno utilizado em uma indústria. Observando esta figura, percebemos que as duas principais causas das perdas de produção são troca de ferramentas e falta de material refrigerante. Estas causas são responsáveis por cerca de 61% das perdas verificadas, devendo então ser adotadas ações corretivas buscando a minimização de sua ocorrência, com o objetivo de diminuir as perdas de produção.

GRÁFICO DE PARETO PARA CAUSAS



	A	B	C	D	E	F
Quantidade	3100	2720	1470	970	890	450
Percentagem	32,3	28,3	15,3	10,1	9,3	4,7
Percent. Acum.	32,3	60,6	75,9	86,0	95,3	100,0

Legenda:

A = Troca de ferramentas
B = Falta dç material refrigerante
C = Ocorrência de defeitos mecânicos
D = Ocorrência de defeitos elétricos
E = Falta de estoque de matéria-prima
F = Outros

3.5.4. Observações sobre a Construção e o Uso de Gráficos de Pareto

3.5.4.1. Gráficos de Pareto para variáveis Expressas em Unidades Monetárias

Em muitos casos, categorias que apresentam um baixo número de ocorrências têm associados a elas altos custos para a empresa, enquanto categorias muito frequentes resultam em perdas financeiras pouco significativas. Portanto, a construção de um gráfico de Pareto com base no custo pode resultar em um conjunto de problemas "poucos vitais" diferente daquele que é obtido a partir do gráfico baseado no número de ocorrências. Apenas nos casos em que as frequências de cada categoria são proporcionais às perdas monetárias, serão identificados os mesmos problemas prioritários a partir dos dois diferentes gráficos de Pareto.

Quando as categorias de interesse para a construção do gráfico de Pareto se referem a tipos de defeitos, sabemos que as perdas monetárias associadas a cada espécie de defeito podem incluir os custos de refugos, retrabalhos, assistência técnica dentro do prazo de garantia do produto, entre outros. O custo resultante da ocorrência dos defeitos de cada tipo considerado, que deverá substituir a quantidade de defeitos.

O custo resultante da ocorrência é calculada pela seguinte expressão:

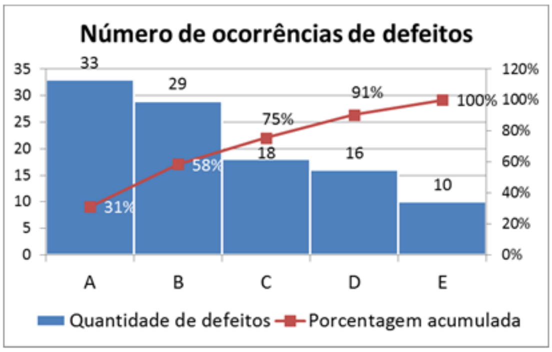
$$\text{Custo de defeito} = \text{Quantidade de defeitos} \times \text{Custo unitário do defeito}$$

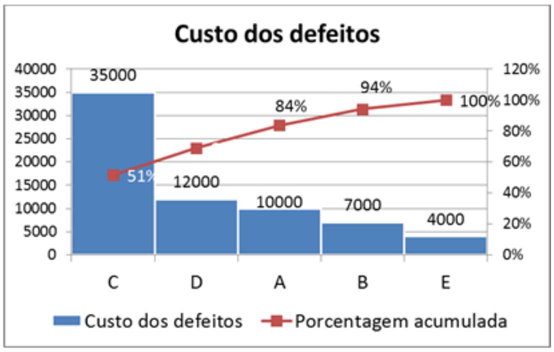
Após a realização destes cálculos, os tipos de defeitos devem ser listados em ordem decrescente de custo para a construção do Gráfico de Pareto. Devemos observar que a determinação correta do custo unitário de cada tipo de defeito é fundamental para que o estudo realizado possa ser eficaz.

EXEMPLO

Uma empresa identificou atráves de uma amostra coletada durante uma semana de produção 5 causas de defeitos em um de seus produtos, avaliou o custo unitário de cada um dos defeitos, esses dados estão representados na tabela a seguir:

Tipo de defeito	Quantidade de defeitos	Custo unitário	Custo dos defeitos
A	33	303,03	10000
B	29	241,38	7000
C	18	1944,44	35000
D	16	750,00	12000
E	10	400,00	4000
Total	106		
Número total de peças inspecionadas: 15000			





Quando a construção de um gráfico de Pareto com base no custo resulta em um conjunto de problemas "poucos vitais" diferente daquele que é obtido a partir do gráfico baseado no número de ocorrências, surge uma pergunta inevitável - quais problemas deverão ser escolhidos como prioritários para a adoção das medidas corretivas, ou seja, qual indicador de desempenho deve ser utilizado – a quantidade de defeitos ou o custo total dos defeitos? Não existe uma resposta imediata para esta pergunta. Em uma situação como esta, devemos tentar avaliar qual dos dois indicadores está mais diretamente relacionado à satisfação dos clientes e resolver, em primeiro lugar, aqueles problemas que exerçam maior impacto sobre as relações da empresa com seus clientes.

3.5.4.2. Categoria "Outros"

Se a frequência da categoria "outros" representar mais de 10% do total de observações, isto significa que as categorias analisadas não foram classificadas de forma adequada e consequentemente muitas ocorrências acabaram se enquadrando sob esta identificação. Neste caso, deve ser adotado um modo diferente de classificação das categorias.

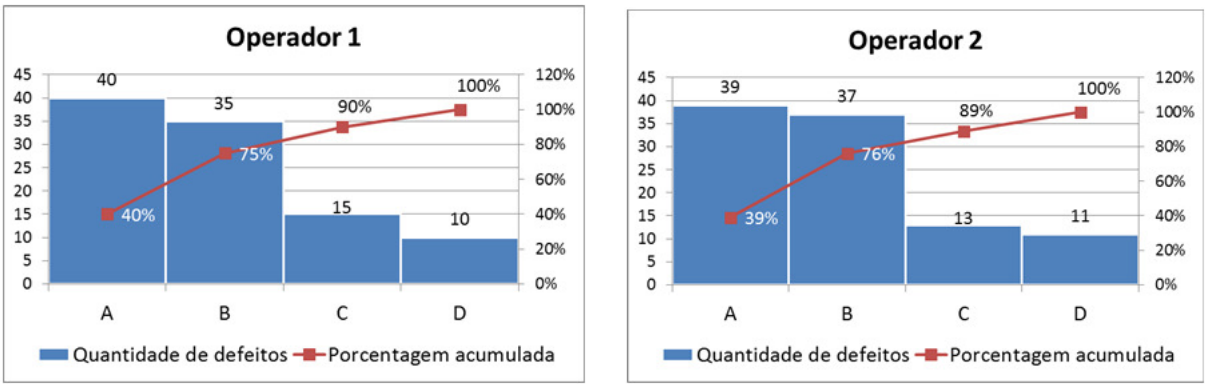
3.5.4.3. Estratificação de Gráficos de Pareto

A comparação de gráficos de Pareto construídos considerando diferentes níveis de fatores de estratificação de interesse pode ser muito útil para a identificação das causas fundamentais de um problema.

EXEMPLO

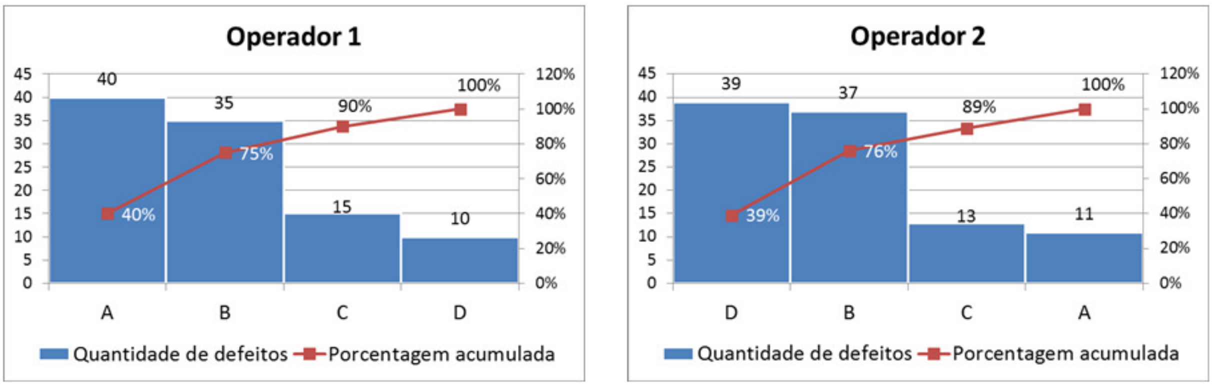
Considere uma indústria que esteja em um processo de melhoria com o objetivo de diminuir em 50%, até o final do ano, o número de defeitos que ocorrem no produto de um processo crítico de seu fluxo de produção. Nesse processo trabalham dois diferentes operadores (1 e 2), logo a empresa irá construir um gráfico de Pareto para cada um dos operadores. Dois tipos de padrões poderiam ser encontrados:

Padrão A:



As causas dos problemas são comuns aos dois operadores, já que a percentagem de cada tipo de defeitos em relação ao total geral é aproximadamente a mesma para cada operador.

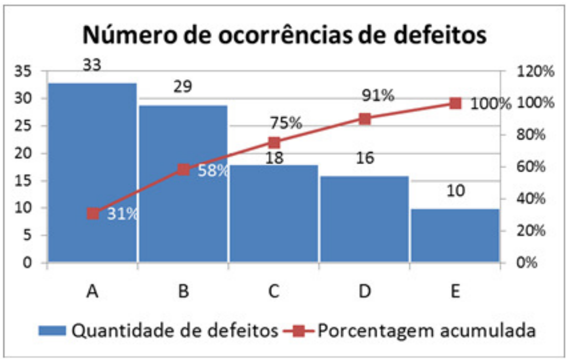
Padrão B:

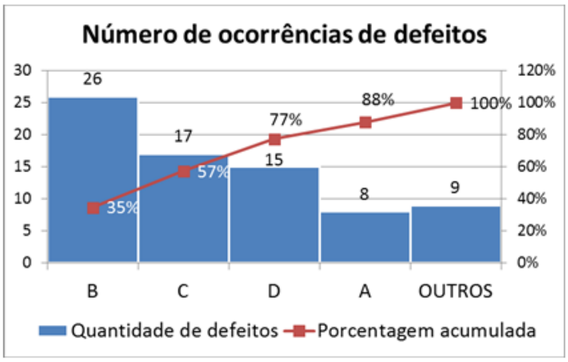


Nesse padrão existe diferenças entre as causas dos defeitos quando o operador é considerado individualmente. Essa conclusão é consequência da grande alteração do número de ocorrências dos defeitos dos tipos A e D quando é feita uma mudança no operador do processo.

3.5.4.4. Gráficos de Pareto para a Realização de comparações “Antes” e “Depois”

A comparação de gráficos de Pareto construídos a partir de dados coletados antes e após a ação de bloqueio pode ser utilizada para avaliar se a ação executada foi realmente eficaz. Se a frequência da categoria de interesse for significativamente reduzida, como na situação retratada na Figura abaixo, será possível concluir que o bloqueio foi efetivo.

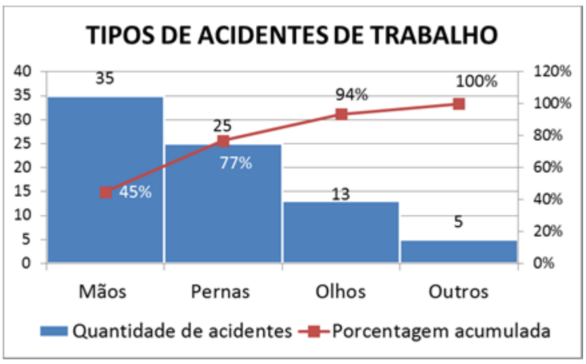


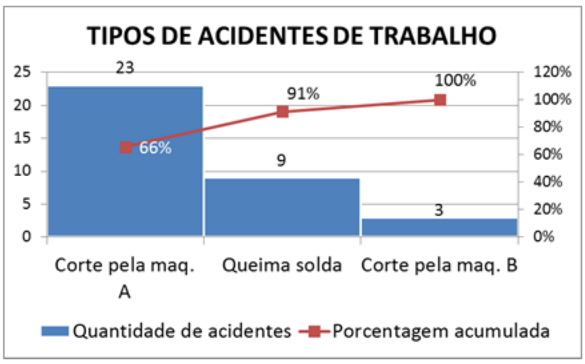


3.5.4.5. Cuidados a serrem observados durante a construção e o uso de Gráficos de Pareto

1. É muito importante construir um gráfico de Pareto para causas.

Após a identificação do problema a ser estudado, por meio de um gráfico de Pareto para efeitos, é importante que seja construído um gráfico de Pareto para causas, com o objetivo de que as possíveis causas do problema considerado possam ser visualizadas e priorizadas. A Figura abaixo ilustra esta afirmação.





2. Utilizar o bom senso é fundamental.

Nem sempre as categorias mais frequentes ou de maior custo são as mais importantes - é lógico que um acidente de trabalho fatal requer maior cuidado do que 200 cortes na mão.

3. Se um problema for de solução simples, mesmo pertencendo à categoria dos muitos triviais, ele deve ser eliminado de imediato.

Uma categoria de pequena importância em um gráfico de Pareto, mas que pode ser resolvida por meio de ações simples.

REALIZE

1. Uma indústria automobilística verificou que, nos últimos meses, ocorreu um aumento do número de reclamações sobre a ocorrência de defeitos no suporte da lanterna traseira de um modelo de automóvel por ela fabricado. A empresa desejava eliminar esta situação indesejável e para isto iniciou o giro do Ciclo PDCA para melhorar resultados. Na etapa de identificação do problema, os técnicos da indústria classificaram o número total de peças defeituosas encontradas em uma amostra de peças produzidas durante uma semana de trabalho segundo os tipos de defeitos que foram detectados. Os dados obtidos são apresentados na Tabela abaixo. Note que nesta tabela a segunda coluna representa a frequência de ocorrência de cada tipo de defeito e a terceira coluna representa o prejuízo resultante da ocorrência de um defeito do tipo correspondente (prejuízo unitário).

Tipo de defeito	Quantidade de defeitos	Prejuízo unitário (R$)
Moldagem solta	14	0,25
Solda quebrada	1	0,1
Centro da moldagem deslocado	4	0,15
Lateral da moldagem deslocada	24	0,1
Moldagem arranhada	1	0,1
Moldagem dentada	44	0,75
Plástico arranhado	7	5,25
Limpeza incompleta	79	0,3
Oriício deslocado	1	0,1
Pino deslocado	5	0,35
TOTAL	180	

A) Construa um Gráfico de Pareto onde o eixo vertical represente a quantidade de defeitos.

B) Construa um Gráfico de Pareto onde o eixo vertical represente o prejuízo total associado a cada tipo de defeito.

C) Identifique os tipos de defeitos que os técnicos da empresa deveriam "atacar" em primeiro lugar, com o objetivo de melhorar os resultados que vinham sendo obtidos pela indústria. Justifique sua resposta.

D) A partir da resposta dada ao item anterior, enuncie o tema que deveria ser considerado no giro do PDCA e calcule a quantia que poderia ser economizada pela indústria.

3. Controle estatístico do processo

O Controle Estatístico do Processo (CEP) é uma técnica estatística que envolve a coleta, a organização e a interpretação de dados para o controle de um processo durante a produção, com o objetivo de controlar e melhorar continuamente a qualidade do produto.

4.1. Conceitos básicos

Conforme já foi destacado anteriormente, todos os processos apresentam variabilidade. Quando fabricamos um produto (bem ou serviço); as características este produto irão apresentar uma variação inevitável, devido a variações sofridas pelos fatores que compõem o processo produtivo. Como já sabemos, estas variações podem resultar de diferenças entre máquinas, mudanças nas condições ambientais, variações entre lotes de matérias-primas, diferenças entre fornecedores, entre outras. Apesar de um esforço considerável ser especificamente direcionado para controlar a variabilidade em cada um desses fatores, existirá sempre a variabilidade no produto acabado de cada processo de uma empresa. Portanto, é importante que esta variabilidade também seja controlada, para que possam ser fabricados produtos de boa qualidade.

Os gráficos (cartas) de controle são ferramentas para o monitoramento da variabilidade e para a avaliação da estabilidade de um processo

É importante verificar a estabilidade dos processos, já que processos instáveis provavelmente irão resultar em produtos defeituosos, perda de produção, baixa qualidade e, de modo geral, em perda da confiança do cliente.

Existem dois tipos de causas para a variação na qualidade dos produtos resultantes de um processo:

- Causas Comuns ou Aleatórias.
- Causas Especiais ou Assinaláveis.

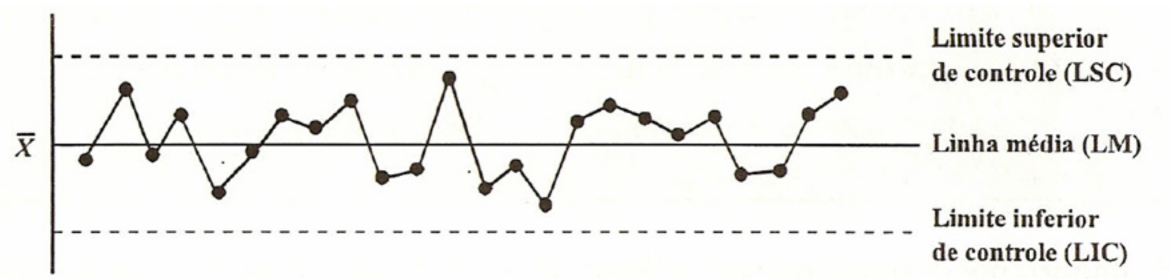
A variação provocada por causas comuns, também conhecida como variabilidade natural do processo, é inerente ao processo considerado e estará presente mesmo que todas as operações sejam executadas empregando métodos padronizados. Quando apenas as causas comuns estão atuando em um processo, a quantidade de variabilidade se mantém em uma faixa estável, conhecida como faixa característica do processo. Neste caso, dizemos que o processo está sob controle estatístico, apresentando um comportamento estável e previsível.

Já as causas especiais de variação surgem esporadicamente, devido a uma situação particular que faz com que o processo se comporte de um modo completamente diferente do usual, o que pode resultar em um deslocamento do seu nível de qualidade. Quando um processo está operando sob a atuação de causas especiais de variação dizemos que ele está fora de controle estatístico e neste caso sua variabilidade geralmente é bem maior do que a variabilidade natural. As causas especiais de variação devem ser, de modo geral, localizadas e eliminadas, e além disto devem ser adotadas medidas para evitar sua reincidência. No entanto, na situação especial em que a atuação da causa especial é benéfica, melhorando o nível de qualidade, deve ser estudada a viabilidade da incorporação ao processo desta causa especial de variação. Alguns exemplos de causas especiais de variação são a admissão de um novo operador para a realização de uma tarefa, a ocorrência de defeitos nos equipamentos, a utilização de um novo tipo de matéria-prima e o descumprimento dos padrões operacionais.

Um gráfico de controle permite a distinção entre os dois tipos de causas de variação, ou seja, ele nos informa se o processo está ou não sob controle estatístico.

É importante destacar que um gráfico de controle não "descobre" quais são as causas especiais de variação que estão atuando em um processo fora de controle estatístico, mas ele processa e dispõe informações que podem ser utilizadas na identificação destas causas.

Dois exemplos típicos de gráficos de controle são apresentados na Figura a seguir. Basicamente, um gráfico de controle éuma representação visual de uma característica da qualidade medida ou calculada para uma amostra de itens, grafada em função do número a amostra ou de alguma outra variável indicadora do tempo (ordem cronológica).



Um gráfico de controle consiste de:

- Uma linha média (LM);
- Um par de limites de controle, representados um abaixo (Limite inferior de controle – LIC) e outro acima (Limite superior de controle – LSC) da linha média
- Valores da característica da qualidade traçados no gráfico.

A linha média de um gráfico de controle representa o valor médio da característica da qualidade correspondente à situação do processo sob controle, isto é, sob a atuação de apenas causas de variação aleatórias. Os limites de controle LIC e LSC são determinados de forma que, se o processo está sob controle, praticamente todos os pontos traçados no gráfico estarão entre estas linhas, formando uma nuvem aleatória de pontos distribuída sem tomo da linha média. Os valores da característica da qualidade traçados no gráfico indicam então a situação do processo no que diz respeito ao controle estatístico.

É importante destacar que existem dois tipos de gráficos de controle:

- **Gráficos de Controle para Variáveis.**

Quando a característica da qualidade é expressa por um número em uma escala contínua de medidas. Alguns exemplos são os gráficos de controle para o rendimento de uma reação química, a espessura de uma peça e o tempo de entrega de um produto ao cliente.

- **Gráficos de Controle para Atributos.**

Quando as medidas representadas no gráfico resultam de contagens do número de itens do produto que apresentam uma característica particular de interesse (atributo). Alguns exemplos são os gráficos de controle para o número de peças cujos diâmetros não satisfazem às especificações (peças defeituosas), para o número de arranhões em um determinado tipo de lente de vidro e para o número de roupas danificadas em uma lavanderia.

Alguns dos gráficos de controle mais utilizados, os quais serão apresentados ainda neste capítulo, são:

1. Gráficos para Variáveis:

   A) Gráfico da média $\overline{x}$.
   B) Gráfico da amplitude R.
   C) Gráfico do desvio padrão s.
   D) Gráfico de medidas individuais x.

2. Gráfico para Atributos:

   A) Gráfico da proporção de defeituosos p.
   B) Gráfico do número de defeitos c.

4.2. Gráficos $\overline{x}$ e R

Quando a característica da qualidade de interesse é expressa por um número em uma escala contínua de medida, dois dos gráficos de controle mais utilizados são o gráfico da média $\overline{x}$ e o gráfico da amplitude R. O gráfico $\overline{x}$ é utilizado com o objetivo de controlar a média do processo, enquanto o gráfico R é empregado para o controle da variabilidade do processo considerado. Os dois gráficos devem ser empregados simultaneamente, conforme descreveremos nesta seção.

Suponha que a característica da qualidade de interesse (x) tenha distribuição normal com média μ e desvio padrão σ, ou seja, de forma abreviada

$$x \sim N(\mu,\sigma)$$

Se temos uma amostra de tamanho n desta distribuição, já sabemos que a média amostral é dada por:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

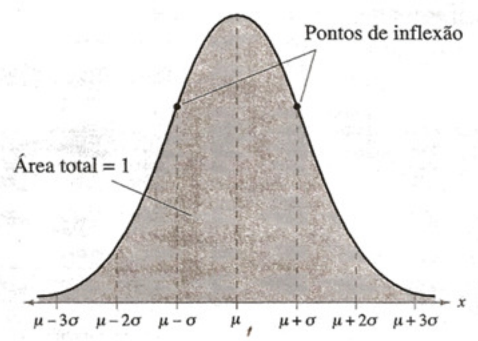
Essa media amostral tem uma distribuição normal com média μ e desvio padrão igual a:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

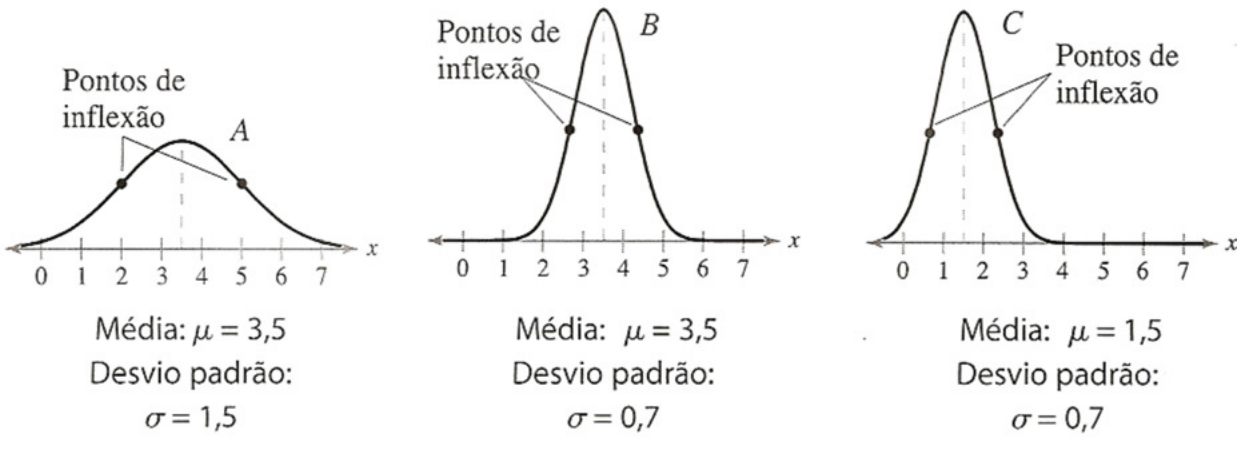
DISTRIBUIÇÃO NORMAL – SAIBA MAIS

DEFINIÇÃO: Distribuição normal é uma distribuição contínua de probabilidade de uma variável aleatória x. Seu gráfico é chamado curva normal e tem as seguintes propriedades:

- A média, mediana e moda são iguais
- A curva tem formato de sino e é simétrica
- A área total da curva é igual a 1
- O ponto de inflexão da curva está a um desvio padrão da média



Uma distribuição normal pode ter qualquer média (μ) e qualquer desvio padrão (σ) positivo. Os dois parâmetros definem a curva normal. A média dá a localização e o desvio padrão indica quanto os dados se espalham em torno da média.



O cálculo da probabilidade associada à distribuição normal não é um processo imediato, estas probabilidades foram tabeladas para uma variável normal modificada. Note que a distribuição normal depende de dois parâmetros (μ e σ), fato que exigiria, se não fosse feita a transformação apresentada a seguir, a utilização de tabelas de dupla entradas, as quais deveriam considerar todas as combinações possíveis de valores de μ e σ.

DEFINIÇÃO: A distribuição normal com média igual a 0 e desvio padrão igual a 1 é chamada de distribuição normal padrão. A escala horizontal do gráfico corresponde ao escore z.

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

O escore z é a medida de posição que indica o número de desvios padrões de um valor a partir da média.

Calculo de probabilidades da distribuição Normal

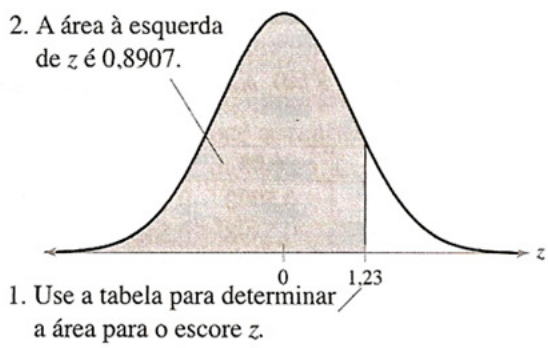
Para calcular a probabilidade em uma curva normal padronizada devemos calcular a área abaixo da curva normal, a tabela que está em anexo fornece os valores para a área a esquerda.

EXEMPLO *E*

1. Para obter a probabilidade de que $z \leq 1{,}23$, devemos seguir o seguinte procedimento:

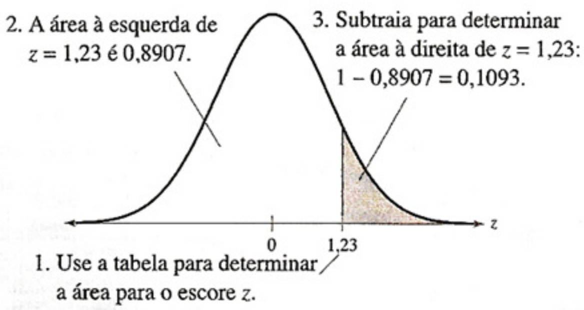
A) Esboce a curva normal padrão e sombreie a área apropriada sob a curva.
B) Obtenha a área por meio da tabela em anexo.

a	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	[illegible]	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015



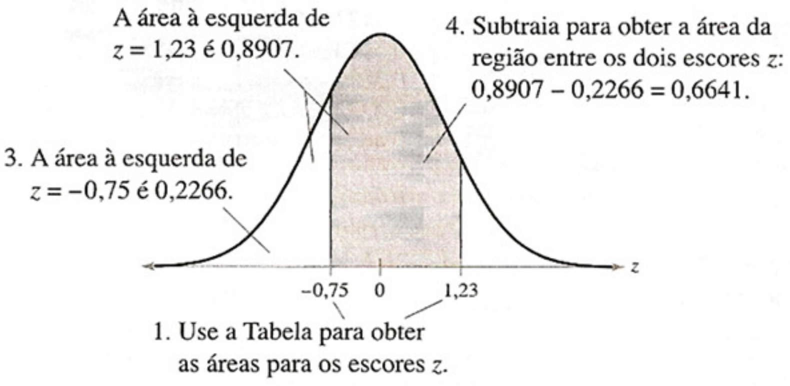
2. Para obter a probabilidade de que $z \geq 1{,}23$, devemos seguir o seguinte procedimento:

A) Esboce a curva normal padrão e sombreie a área apropriada sob a curva.
B) Obtenha a área por meio da tabela em anexo.
C) Subtraia a área encontrada de 1.



3. Para obter a probabilidade de que esteja entre 0,75 e 1,23 ($0{,}75 \le z \le 1{,}23$), devemos seguir o seguinte procedimento:

A) Esboce a curva normal padrão e sombreie a área apropriada sob a curva.
B) Obtenha a área de cada um dos valores por meio da tabela em anexo.
C) Subtraia as áreas encontradas.



REALIZE

Um levantamento indica que, a cada ida ao supermercado, um comprador gasta uma média de 45 minutos, com um desvio padrão de 12 minutos. O período gasto no supermercado é normalmente distribuído e representado pela variável x. Um comprador entra no supermercado.

Obtenha a probabilidade de que o comprador fique no supermercado entre 24 e 54 minutos.

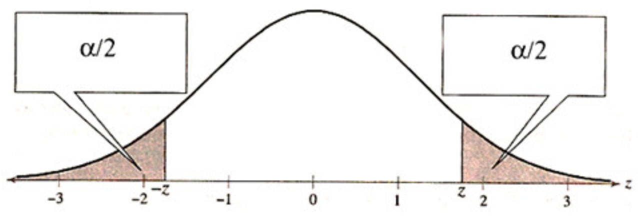
Continuação: Gráficos $\bar{x}$ e R

De acordo com as propriedades da distribuição normal, sabemos que há uma probabilidade igual a $1-\alpha$ de que a média amostral $\bar{x}$ esteja entre:

$$\mu + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

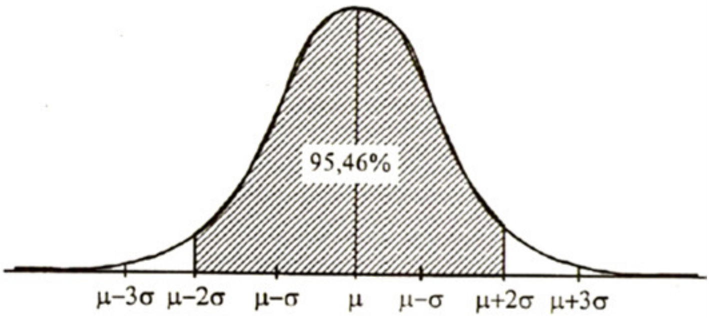
e

$$\mu - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



Para a determinação dos limites de controle, é usual utilizar o chamado sistema 3σ, que consiste em fazer $z_{\alpha/2} = 3$. Observando novamente a Figura abaixo, é fácil perceber que se $x \sim N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$, então 99,73% das observações de $\bar{x}$ estarão no intervalo $\mu \pm 3\sigma/\sqrt{n}$.

Como esta probabilidade é muito elevada, a ocorrência de um valor da média amostral fora deste intervalo, ou seja, fora dos limites de controle, é uma indicação de que causas especiais de variação estão atuando no processo, fazendo com que sua média não seja mais igual a μ, ou seu desvio padrão seja diferente de σ, ou ambos. Nesta condição, concluiremos que o processo está fora de controle e passaremos a investigar as causas especiais responsáveis por esta situação indesejável. Note que no sistema 3σ, o risco de procurarmos causas especiais de variação, quando de fato elas não existem, será muito pequeno (0,27%).



INTERVALO	PROBABILIDADE	
	INTERNA	EXTERNA
$(\mu \pm 1\sigma)$	68,26%	31,74%
$(\mu \pm 2\sigma)$	95,46%	4,54%
$(\mu \pm 3\sigma)$	99,73%	0,27%

Chamamos a atenção do leitor para o fato de que até agora estamos supondo que a característica da qualidade de interesse x tem distribuição normal. No entanto, mesmo que x não seja normal, os resultados acima poderão ser considerados aproximadamente corretos, devido ao Teorema Central do Limite.

Na prática, os parâmetros μ e σ são desconhecidos e deverão ser estimados a partir de dados amostrais. O procedimento para estimação de μ e σ consiste em tomar **m** amostras preliminares, cada uma contendo **n** observações da característica da qualidade considerada. Estas amostras, conhecidas como subgrupos racionais, deverão ser extraídas quando se acredita que o processo esteja sob controle e com as condições de operação mantidas tão uniformes quanto possível. A formação de subgrupos racionais será discutida com maiores detalhes em uma secção a seguir. É usual considerar:

- m = 20 ou 25, pelo menos.
- n = 4, 5 ou 6.

Vamos apresentar agora as expressões para a estimação de μ e σ a partir dos dados amostrais.

ETAPAS PARA A CONSTRUÇÃO E UTILIZAÇÃO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE $\bar{x}$ E R

1. Escolher a característica da qualidade a ser controlada.

2. Coletar dados.

Coletar m amostras (subgrupos racionais), cada uma contendo n observações da característica da qualidade de interesse.

Em geral, m = 20 ou 25, pelo menos, e n = 4, 5 ou 6.

Coletar as amostras em intervalos sucessivos e registrar as observações na ordem em que foram obtidas.

3. Calcular a média $\bar{x}_i$ de cada amostra.

$$\bar{x}_i = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$$

Calcular o resultado com uma casa decimal a mais do que os dados originais.

4. Calcular a média global $\bar{\bar{x}}$.

$$\bar{\bar{x}}_i = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + ... + \bar{x}_m}{m}$$

Calcular o resultado com duas casas decimais a mais do que os dados originais.

5. Calcular a amplitude R_i de cada amostra.

$$R_i = \text{maior valor da amostra} - \text{Menor valor da amostra}$$

6. Calcular a amplitude média li..

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + ... + R_m}{m}$$

Calcular o resultado com duas casas decimais a mais do que os dados originais.

7. Calcular os limites de controle.

- Gráfico $\bar{x}$:

$$LSC = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$$

$$LM = \bar{\bar{x}}$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$$

-Gráfico R:

$$LSC = D_4\overline{R}$$

$$LM = \overline{R}$$

$$LIC = D_3\overline{R}$$

O LIC não é considerado quando n é inferior a 6.

A_2, D_4 e d_3 são constantes apresentadas em função de n na tabela em anexo.

8. Traçar os limites de controle.

Marcar o eixo vertical do lado esquerdo com os valores de $\bar{x}$ e R e o eixo horizontal com os números das amostras.

Traçar linhas cheias para representar LSC, LM e LIC.

9. Marcar os pontos nos gráficos.

Representar nos gráficos correspondentes os m valores de $\bar{x}_i$ e os m valores de R_i.

Circular todos os pontos que estejam fora dos limites de controle.

10. Registrar as informações importantes que devam constar nos gráficos

- Título.
- Tamanho das amostras (n).
- Período de coleta dos dados.
- Nome do processo e do produto.
- Método de medição.
- Identificação do responsável pela construção dos gráficos.

11. Interpretar os gráficos construídos.

Analisar o comportamento dos pontos nos gráficos $\bar{x}$ e R e verificar se o processo está sob controle estatístico.

Caso seja necessário, recalcular os limites dos gráficos após o abandono de pontos fora de controle. Em alguns casos será preciso coletar novas amostras.

Repetir este procedimento até que o estado de controle seja atingido.

12. Verificar se o estado de controle alcançado é adequado ao processo, tendo em vista considerações técnicas e econômicas.

Em caso afirmativo, adotar os gráficos para o controle atual e futuro do processo.

Em caso negativo, conduzir ações de melhoria até que seja atingido o nível de qualidade desejado para o processo.

13. Rever periodicamente os valores dos limites de controle.

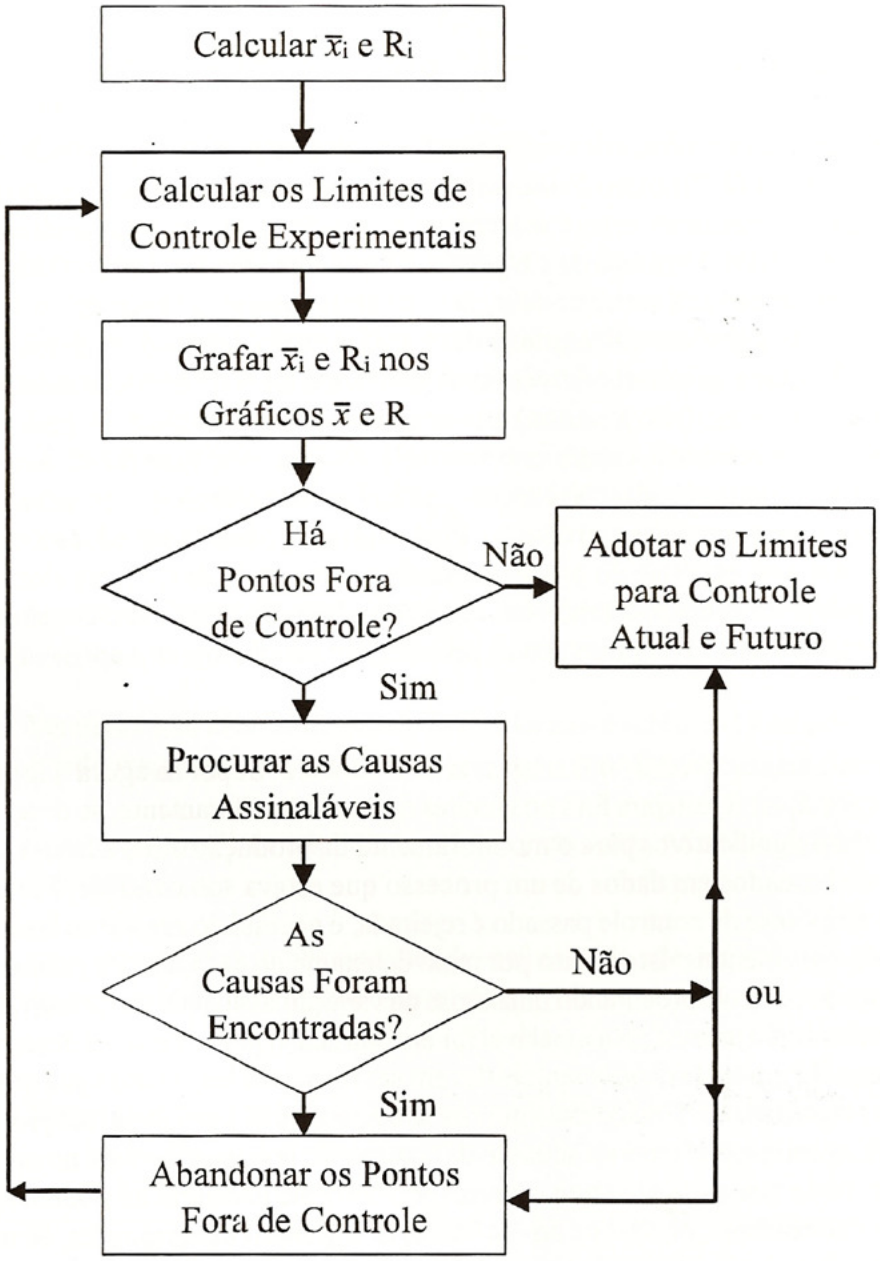
4.3. Observações sobre a Construção e a Utilização de Gráficos de Controle $\overline{x}$ e R

Observação 1 :

Consideramos os limites de controle obtidos para os gráficos de controle x e R como limites de controle experimentais. Eles nos permitem determinar se o processo estava sob controle quando as m amostras preliminares foram selecionadas. Para avaliar a hipótese de que o processo estava sob controle quando estas amostras foram extraídas, devemos representar as observações $\overline{x}_i$ e $\overline{R}_i$ i = 1,2, ..., m nos gráficos correspondentes e analisar a disposição dos pontos nestes gráficos. Se todos os pontos estiverem dentro dos limites de controle e nenhuma configuração especial (não aleatória) estiver evidente, poderemos concluir que o processo estava sob controle no passado, quando as amostras preliminares foram extraídas. Neste caso, os limites de controle experimentais são apropriados para controlar a produção atual e futura, podendo ser adotados pelos responsáveis pelo controle do processo, desde que o estado de controle alcançado seja adequado ao processo, tendo em vista considerações técnicas e econômicas.

Este procedimento está representado na primeira parte do fluxograma apresentado na Figura a seguir.

Continue acompanhando o fluxograma da Figura. Suponha agora que um ou mais pontos xi ou Ri estejam fora dos limites de controle. Claramente, se desejamos obter limites significativos para o monitoramento da produção atual e futura, estes devem ser baseados em dados de um processo que estava sob controle. Portanto, quando a hipótese de controle passado é rejeitada, é necessário revisar os limites de controle experimentais. Isto é feito por meio do exame de cada um dos pontos fora dos limites de controle procurando uma causa de variação assinalável responsável pela sua ocorrência. Se uma causa assinalável for encontrada, o ponto deve ser descartado e os limites de controle experimentais devem ser recalculados, usando somente os pontos remanescentes. Então, estes pontos xi e Ri que restaram devem ser plotados nos gráficos correspondentes e a situação de controle do processo deve ser novamente avaliada. Note que os pontos que estavam sob controle inicialmente podem agora estar fora de controle, porque os novos limites dos gráficos determinarão, de modo geral, uma faixa mais estreita. Este procedimento deve ser repetido até que todos os pontos do gráfico estejam dentro da faixa de controle, quando os limites experimentais poderão ser adotados para uso atual e futuro no monitoramento do processo.



Em alguns casos pode não ser possível encontrar as causas de variação assinaláveis para os pontos fora de controle. Existem duas ações possíveis nesta situação. A primeira delas consiste em eliminar os pontos, como se uma causa assinalável tivesse sido encontrada, e a seguir adotar o mesmo procedimento descrito na segunda metade do parágrafo anterior. A justificativa para a escolha desta ação é o fato de que muito provavelmente (99,73% de probabilidade) os pontos fora de controle foram obtidos de uma distribuição que na realidade caracteriza um processo fora de controle. A segunda alternativa consiste em manter os pontos, considerando que os limites de controle experimentais são apropriados para o controle atual e futuro. É claro que se o ponto realmente representa uma condição fora de controle, os limites de controle resultantes determinarão uma faixa bem mais larga. Contudo, se há somente um ou dois de tais pontos, não haverá uma distorção significativa do gráfico. Se futuras amostras indicarem controle, então os pontos não explicados anteriormente poderão ser descartados com maior segurança.

Ocasionalmente, quando os valores amostrais iniciais são representados nos gráficos de controle, muitos podem cair fora dos limites. É claro que, se arbitrariamente descartarmos estes pontos, teremos uma situação insatisfatória, já que restarão poucos dados para que se possa recalcular limites de controle confiáveis. Esta abordagem também ignora muita informação útil contida nos dados. Por outro lado, a procura de uma causa assinalável para cada ponto fora de controle provavelmente não será bem sucedida. Quando muitas das amostras iniciais estão fora dos limites de controle, é melhor que nossa atenção seja concentrada no padrão formado por estes pontos. Quase sempre existirá tal padrão. Usualmente, as causas de variação assinaláveis associadas ao padrão de pontos fora de controle são bem mais fáceis de serem identificadas. Após a descoberta destas causas e a adoção das medidas corretivas apropriadas, devem ser realizadas novas amostragens para a determinação dos limites de controle.

Observação 2:

Para que um processo possa ser considerado sob controle estatístico, é necessário que ele seja estável tanto em relação à média, quanto em relação à variabilidade da característica da qualidade de interesse. Por este motivo os gráficos de controle $\overline{x}$ e R são utilizados simultaneamente, sendo muito comum o emprego da denominação gráfico $\overline{x}$ -R.

Observação 3:

Se houver alguma mudança nos fatores que compõem o processo (por exemplo, a entrada em operação de uma nova máquina), os limites de controle dos gráficos $\overline{x}$ e R devem ser reavaliados, utilizando novas amostras preliminares obtidas para a nova condição de funcionamento do processo.

EXEMPLO

Um determinado tipo de rosca produzido por uma indústria de autopeças é submetido a uma operação de usinagem em um tomo de comando numérico computadorizado. O diâmetro primitivo usinado da rosca é uma das principais características da qualidade de interesse para a empresa. Para avaliar a estabilidade estatística do processo de usinagem, em relação a esta variável, a indústria pretende passar a utilizar os gráficos de controle $\overline{x}$ e R. A Tabela a seguir, apresenta 25 amostras de tamanho 5 do diâmetro das peças, que foram coletadas para a implantação dos gráficos de controle.

Gráfico R

A partir dos dados da Tabela a seguir podemos calcular os seguintes valores para os limites de controle do gráfico R:

$$LSC = D_4\overline{R} = 2{,}115 \times 0{,}02620 = 0{,}05541$$

$$LM = \overline{R} = 0{,}02620$$

$$LIC = D_3\overline{R} = 0 \times 0{,}02620 = 0$$

D_3 e D_4 foram obtidos da Tabela do Apêndice C.

O gráfico de controle R, no qual já foram lançados os m = 25 valores amostrais da amplitude R_i está apresentado na Figura abaixo. Como nenhum dos pontos extrapola os limites de controle e não há evidências de alguma configuração não aleatória dos pontos em torno da linha média, é possível concluir que o processo está sob controle no que diz respeito à variabilidade.

Gráfico $\overline{x}$:

A partir dos dados da Tabela 8.1 podemos calcular os seguintes valores para os limites de controle do gráfico $\overline{x}$:

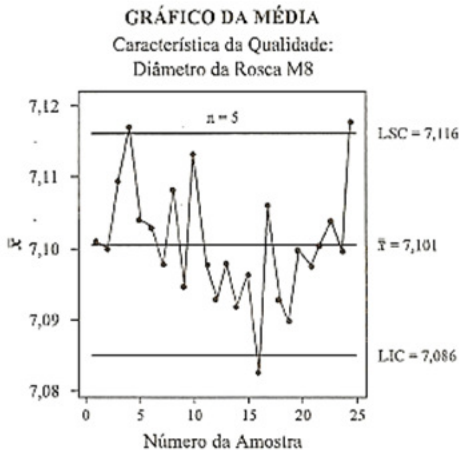
$$LSC = \overline{\overline{x}} + A_2\overline{R} = 7{,}1010 + 0{,}577 \times 0{,}02620 = 7{,}1161$$

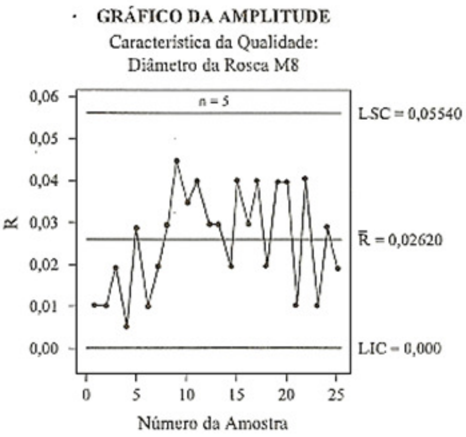
$$LM = \overline{\overline{x}} = 7{,}1010$$

$$LIC = \overline{\overline{x}} - A_2\overline{R} = 7{,}1010 - 0{,}577 \times 0{,}02620 = 7{,}0859$$

O gráfico de controle da média, no qual já foram lançados os m = 25 valores de $\overline{x}_i$ da tabela a seguir, está apresentado na próxima figura . Observando o gráfico, percebemos que existem três pontos (amostras 4, 16 e 25) fora dos limites de controle. Suponha que um defeito no torno tenha sido a causa de variação assinalável associada a estas amostras. Podemos então descartar as três amostras e recalcular os limites de controle dos gráficos x e R. Observem que é usual refazer os cálculos também para o gráfico da amplitude, eliminando as amostras correspondentes aos pontos fora de controle no gráfico da média, apesar de não terem sido detectados problemas no gráfico R.

Amostra i	x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}	x_{i4}	x_{i5}	$\overline{x}_i$	R_i
1	7,100	7,095	7,100	7,105	7,105	7,1010	0,010
2	7,100	7,100	7,095	7,105	7,100	7,1000	0,010
3	7,120	7,105	7,100	7,120	7,100	7,1090	0,020
4	7,115	7,120	7,115	7,115	7,120	7,1170	0,005
5	7,090	7,095	7,110	7,120	7,105	7,1040	0,030
6	7,110	7,100	7,105	7,100	7,100	7,1030	0,010
7	7,105	7,095	7,100	7,105	7,085	7,0980	0,020
8	7,100	7,115	7,095	7,105	7,125	7,1080	0,030
9	7,065	7,090	7,110	7,105	7,105	7,0950	0,045
10	7,125	7,130	7,095	7,100	7,115	7,1130	0,035
11	7,105	7,100	7,115	7,095	7,075	7,0980	0,040
12	7,100	7,110	7,085	7,090	7,080	7,0930	0,030
13	7,115	7,090	7,085	7,090	7,110	7,0980	0,030
14	7,095	7,090	7,095	7,100	7,080	7,0920	0,020
15	7,110	7,070	7,095	7,100	7,110	7,0970	0,040
16	7,070	7,075	7,080	7,100	7,090	7,0830	0,030
17	7,090	7,130	7,100	7,110	7,100	7,1060	0,040
18	7,100	7,100	7,090	7,095	7,080	7,0930	0,020
19	7,080	7,070	7,090	7,110	7,100	7,0900	0,040
20	7,100	7,110	7,070	7,110	7,110	7,1000	0,040
21	7,095	7,105	7,095	7,095	7,100	7,0980	0,010
22	7,105	7,070	7,110	7,110	7,110	7,1010	0,040
23	7,100	7,100	7,105	7,110	7,105	7,1040	0,010
24	7,100	7,105	7,105	7,110	7,080	7,1000	0,030
25	7,120	7,115	7,110	7,130	7,115	7,1180	0,020
Médias						$\overline{\overline{x}} = 7{,}10100$	$\overline{R} = 0{,}02620$





Novos Limites do Gráfico R:

Após a eliminação das amostras 4, 16 e 25, o novo valor de $\overline{R}$ é

$$\overline{R} = 0{,}02727$$

e os novos limites do gráfico R são

$$LSC = D_4\overline{R} = 2{,}115 \times 0{,}02727 = 0{,}05767$$
$$LM = \overline{R} = 0{,}02727$$
$$LIC = D_3\overline{R} = 0 \times 0{,}02727 = 0$$

O gráfico de controle R, no qual já foram lançados os m = 22 valores restantes da amplitude R_i está apresentado na Figura a seguir. Como nenhum dos pontos extrapola os limites de controle e não há evidências de alguma configuração não aleatória dos pontos em torno da linha média, novamente é possível concluir que o processo está sob controle no que diz respeito à variabilidade.

Novos Limites do Gráfico $\overline{x}$:

Após a eliminação das amostras 4, 16 e 25, o novo valor de $\overline{\overline{x}}$ é

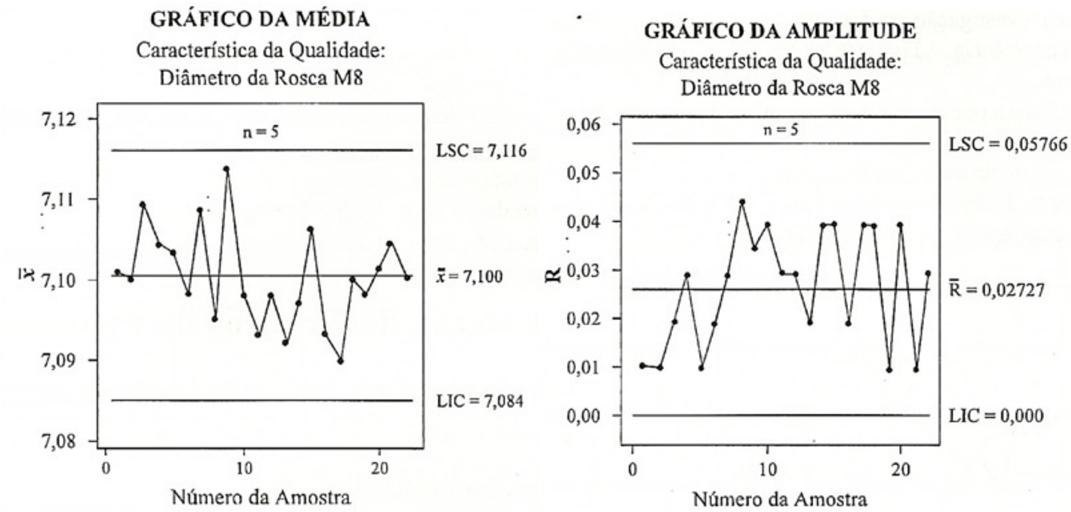
$$\overline{\overline{x}} = 7{,}1000$$

e os novos limites do gráfico x são:

$$LSC = \overline{\overline{x}} + A_2\overline{R} = 7{,}1000 + 0{,}577 \times 0{,}02727 = 7{,}1157$$
$$LM = \overline{\overline{x}} = 7{,}1000$$
$$LIC = \overline{\overline{x}} - A_2\overline{R} = 7{,}1000 - 0{,}577 \times 0{,}02727 = 7{,}0843$$

o gráfico de controle da média, no qual já foram lançados os m = 22 valores restantes de $\overline{x}$, está apresentado na Figura a seguir. Observando este gráfico, podemos concluir que o processo está sob controle em relação à média. Note que as 25 amostras preliminares foram tratadas como "dados de estimação" para estabelecer os limites de controle dos gráficos x e R. Os limites recalculados após a eliminação das amostras 4, 16 e 25 podem então ser utilizados na avaliação atual e futura do controle estatístico do processo de usinagem das roscas (supondo que o estado de controle alcançado é adequado segundo os pontos de vista técnico e econômico). Assim que uma nova amostra de valores do diâmetro for obtida, os valores de $\overline{x}_i$

e R_i devem ser calculados e representados nos gráficos de controle. A seguir estes gráficos devem ser analisados, para que o estado de controle estatístico do processo possa ser avaliado.



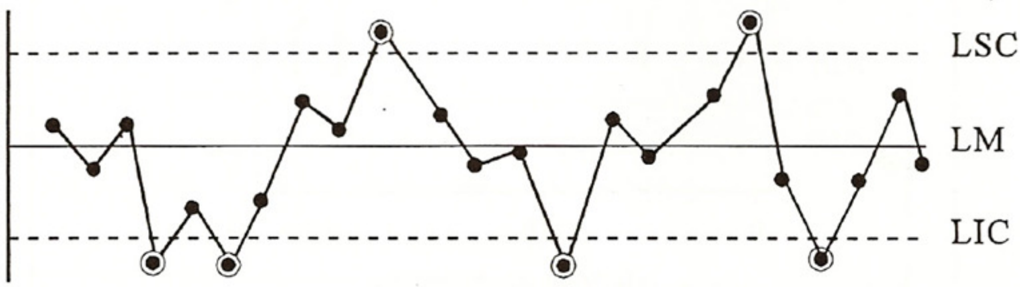
4.4. Interpretação de Gráficos de Controle

Apresentaremos a seguir alguns critérios indicativos de falta de controle de um processo.

1. Pontos Fora dos Limites de Controle

Esta é a indicação mais evidente de falta de controle de um processo, a qual exige uma investigação imediata da causa de variação assinalável responsável pela sua ocorrência. A Figura abaixo retrata a ocorrência e pontos fora dos limites de controle.

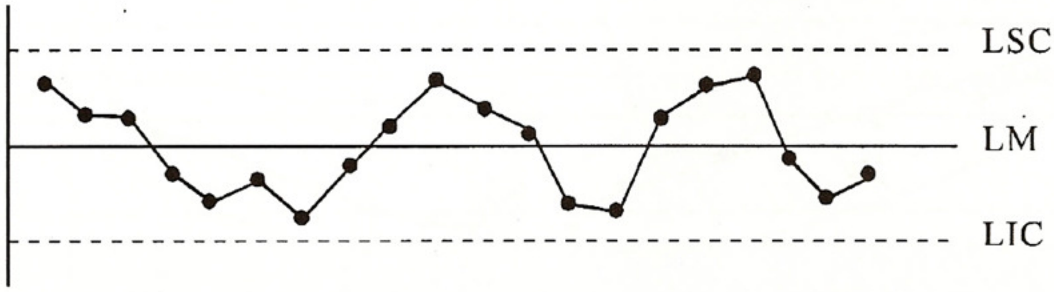
Muitas vezes a ocorrência de pontos fora dos limites de controle pode ser o resultado de erros de registro dos dados, de cálculo ou de medição. Esta falta de controle do processo também pode ocorrer, por exemplo, em consequência da utilização de algum instrumento descalibrado, de uma ação incorreta realizada por algum operador ou de defeitos nos equipamentos.



2. Periodicidade

A periodicidade está presente quando a curva traçada no gráfico de controle apresenta repetidamente uma tendência para cima e para baixo, em intervalos de tempo que tem aproximadamente a mesma amplitude, conforme está representado na Figura a seguir.

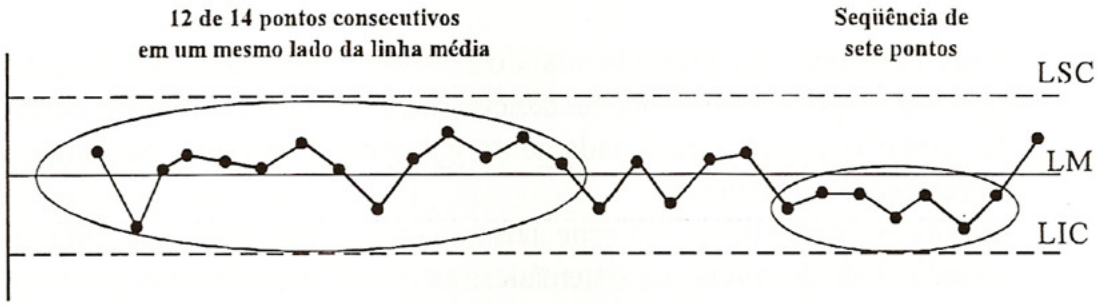
Alguns exemplos de causas especiais que podem provocar o surgimento da periodicidade são mudanças sistemáticas nas condições ambientais, cansaço do operador, rotatividade regular de operadores ou máquinas, flutuação na voltagem, na pressão ou em alguma outra variável de equipamentos utilizados na produção e alterações sazonais na qualidade da matéria-prima.



3. Sequência

Uma sequência é uma configuração em que vários pontos consecutivos do gráfico de controle aparecem em apenas um dos lados da linha média. O número de pontos nesta situação é denominado comprimento da sequência. Apresentamos abaixo os tipos de sequências considerados anormais:

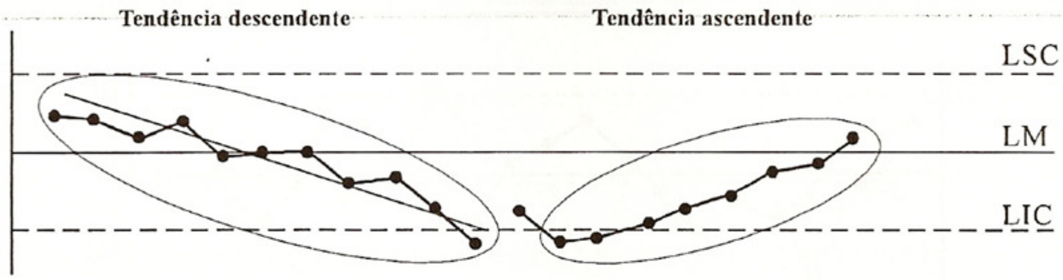
- Uma sequência de SETE OU MAIS PONTOS.
- Uma sequência com menos de sete pontos, em que:
  - pelo menos 10 de 11pontos consecutivos aparecem em um mesmo lado da linha média.
  - pelo menos 12 de 14pontos consecutivos aparecem em um mesmo lado da linha média.
  - pelo menos 16 de 20 pontos consecutivos aparecem em um mesmo lado da linha média.



Uma sequência indica uma mudança no nível do processo. Estas mudanças podem resultar, por exemplo, da introdução de novos operadores, matérias-primas ou máquinas, de alterações no método de inspeção ou nos padrões operacionais e de mudanças na habilidade, atenção ou motivação dos operadores.

4. Tendência

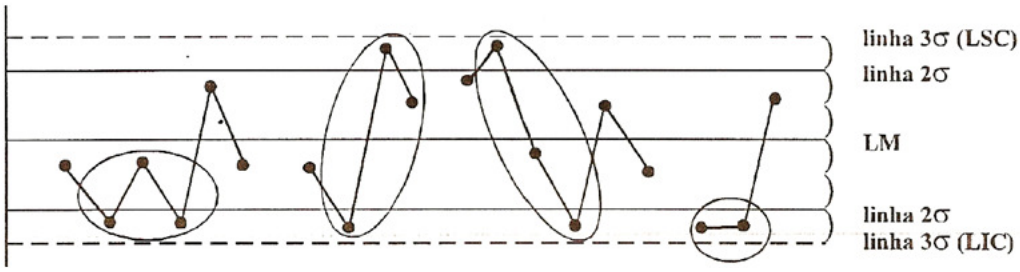
Uma tendência, consiste em um movimento contínuo dos pontos do gráfico de controle em uma direção (ascendente ou descendente). A ocorrência de uma tendência constituída por sete ou mais pontos consecutivos ascendentes ou descendentes é uma indicação de falta de controle do processo.



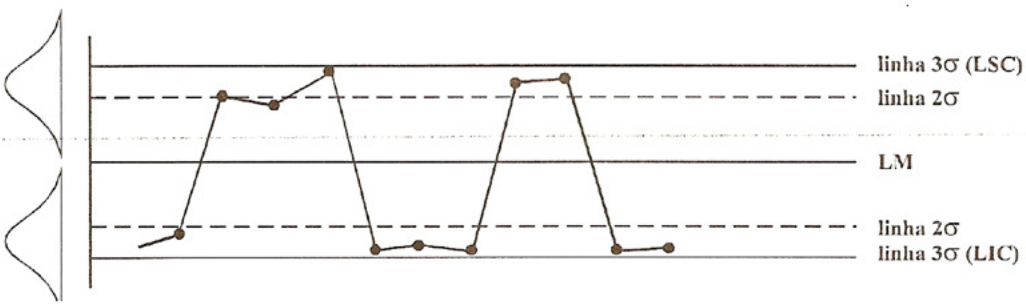
As tendências são geralmente provocadas pelo desgaste ou deterioração graduais de ferramentas ou de equipamentos, mas também podem ser devidas a fatores humanos, tais como cansaço do operador ou presença de supervisores. Mudanças graduais nas condições ambientais (temperatura, pressão e umidade) também podem resultar em tendências. Em processos químicos este tipo de configuração pode surgir como resultado da sedimentação ou separação dos componentes de uma mistura.

5. Aproximação dos Limites de Controle

A aproximação dos limites de controle corresponde à ocorrência de dois de três pontos consecutivos fora dos limites 2σ (veja a Figura abaixo), apesar destes pontos ainda estarem dentro dos limites de controle 3σ.

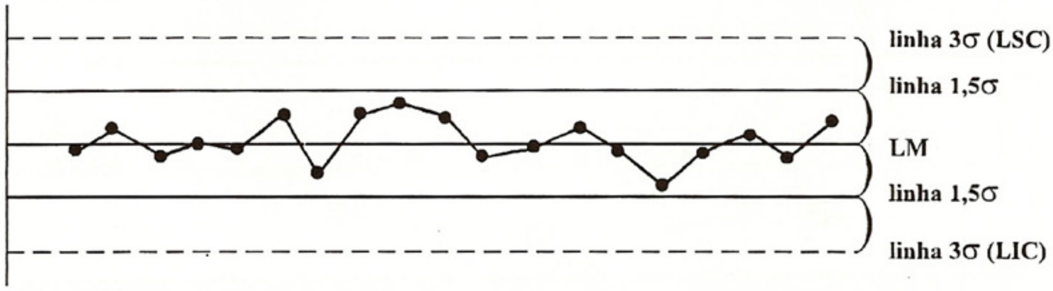


Quando os pontos grafados tendem a cair próximos ou mesmo levemente fora dos limites de controle, com relativamente poucos pontos próximos da linha média, podem existir duas diferentes distribuições sobrepostas gerando o resultado do processo (duas máquinas que trabalham de maneira diferente, por exemplo). As distribuições de probabilidade que poderiam ser associadas a esta situação são mostradas na Figura a seguir. O grau de aproximação dos limites de controle irá depender da extensão da sobreposição das distribuições. Em casos deste tipo é aconselhável construir gráficos de controle separadamente para os dois diferentes processos que estão gerando os resultados da característica da qualidade de interesse.



6. Aproximação da Linha Média

Quando a maioria dos pontos grafados está distribuída muito próximo da linha média, dentro das linhas centrais 1,5 σ (veja a próxima figura) e portanto apresentando uma variabilidade menor do que a esperada, obtemos uma indicação de que podem ter ocorrido erros nos cálculos dos limites de controle ou de que os subgrupos racionais (amostras) foram formados de maneira inadequada.



Portanto, a aproximação da linha média não significa um estado de controle, mas pode estar indicando a mistura de dados provenientes de populações distintas em um mesmo subgrupo, o que aumenta muito a largura dos limites de controle. Neste caso será necessário mudar o modo deformação dos subgrupos.

devemos notar que, se em uma mesma amostra estiverem misturados dados de duas distribuições diferentes, a amplitude amostral R deverá ser bastante elevada, o que dará origem a limites excessivamente largos no gráfico $\bar{x}$. Além disto, R deixará de estar cumprindo sua função, que consiste em medir a variabilidade natural do processo (provocada por causas aleatórias), e passará a medir a variabilidade existente entre duas diferentes distribuições (dois processos distintos).

4.5. Subgrupos Racionais

Um dos princípios básicos que rege a construção de gráficos de controle estabelece que as amostras utilizadas devem constituir subgrupos tão homogêneos quanto possível da produção do processo considerado, os quais são conhecidos como **subgrupos racionais**.

Apresentaremos a seguir duas abordagens gerais que podem ser utilizadas para a construção de subgrupos racionais.

Na primeira abordagem, cada amostra consiste de unidades que foram produzidas no mesmo momento ou em instantes de tempo os mais próximos possíveis. Esta abordagem é usada quando o principal objetivo do gráfico de controle é detectar mudanças que possam ter ocorrido no processo. Ela minimiza a possibilidade da presença de variabilidade devido a causas especiais dentro de uma amostra e maximiza a possibilidade da ocorrência de variabilidade entre amostras, se causas especiais estiverem presentes. Esta abordagem para a formação de subgrupos racionais fornece, essencialmente, um "instantâneo" do processo em cada momento em que uma amostra é coletada.

Na segunda abordagem, cada amostra consiste de unidades do produto que são representativas de todas as unidades produzidas desde que a última amostra foi retirada: Basicamente, cada subgrupo é uma amostra aleatória de toda a produção do processo durante o intervalo de amostragem. Este método de formação de subgrupos racionais é frequentemente usado quando o gráfico de controle é empregado na tomada de decisões sobre a aceitação de todas as unidades produzidas desde o instante em que a última amostra foi coletada.

4.6. Guia para o Planejamento de Gráficos de Controle

Para especificar os itens acima, necessitamos possuir informações detalhadas sobre:

- As características estatísticas do processo.
- Os fatores econômicos que afetam o problema, tais como custo de amostragem, custo da investigação e possível correção do processo em resposta a sinais fora de controle e custo associado à produção de itens que não atendem às especificações.

Em relação à determinação do tamanho da amostra para o gráfico x ,é possível fazer os seguintes comentários:

1. Para detectar mudanças moderadas ou grandes na média do processo (da ordem de 2σ ou mais), pequenas amostras (n = 4, 5 ou 6) já são suficientes.
2. Para descobrir a ocorrência de pequenas mudanças é necessário utilizar amostras maiores (de n = 15 até n = 25).

É importante destacar que quando utilizamos pequenas amostras, existe um menor risco de ocorrerem mudanças no processo enquanto a amostra está sendo extraída.

Quanto à determinação do tamanho da amostra para o **gráfico R** , é importante destacar que, quando são empregadas pequenas amostras, o gráfico R é relativamente pouco sensível para mudanças que ocorram no desvio padrão do processo. A amplitude amostral R perde muito de sua eficiência como estimador do desvio padrão σ à medida que o tamanho n da amostra aumenta. Logo, para n > 10 ou 12, provavelmente será melhor utilizar um gráfico de controle s (veja a Seção 4.7) para monitorar a variabilidade do processo.

Também devemos considerar a relação existente entre o tamanho da amostra e a frequência de amostragem. De início, a extração de amostras grandes com elevada frequência (substituindo o **gráfico R** pelo **gráfico s**) pareceria ser o melhor procedimento. No entanto, como esta forma de atuação geralmente é muito cara, devemos considerar duas alternativas:

1. Pequenas amostras extraídas com elevada frequência (por exemplo, amostras de tamanho n = 5 retiradas a cada meia hora).
2. Grandes amostras extraídas com baixa frequência (por exemplo, amostras de tamanho n = 20 retiradas a cada duas horas).

A prática atual nas empresas favorece a alternativa 1, porque se o intervalo de amostragem é muito grande (baixa frequência na extração das amostras), muitos itens .defeituosos poderão ser produzidos antes que a saída de controle do processo seja detectada.

No entanto, não existe uma resposta imediata para a questão do relacionamento entre o tamanho da amostra e a frequência de amostragem. Para responder a esta questão de modo mais preciso, é preciso levar em consideração fatores tais como:

- custo de amostragem;
- perdas associadas à operação do processo em uma condição fora de controle;
- taxa de produção;
- probabilidade de ocorrência de alterações no processo.

4.7. Gráficos $\bar{x}$ e s

Os gráficos de controle $\bar{x}$ e s são geralmente preferíveis em relação aos gráficos $\bar{x}$ e R quando n > 10 ou 12, já que para amostras maiores a amplitude amostral R perde eficiência para estimar o, quando comparada ao desvio padrão amostral s.

4.7.1. Construção e Utilização dos Gráficos $\bar{x}$ e s

O gráfico $\bar{x}$ e s é construído da mesma forma que o gráfico $\bar{x}$ e R, o que muda são os cálculos dos limites de controle.

Gráfico $\bar{x}$:

$$LSC = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s}$$

$$LM = \bar{\bar{x}}$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s}$$

Gráfico s:

$$LSC = B_4\bar{s}$$

$$LM = \bar{s}$$

$$LIC = B_3\bar{s}$$

O LIC não é considerado quando n é inferior a 5.

A_3, B_4, e B_3 são constantes apresentadas em função de n na tabela em anexo.

O valor de $\bar{s}$ é a média dos desvios padrões amostrais:

$$s_i = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad \bar{s} = \frac{s_1 + s_2 + ... + s_m}{m}$$

EXEMPLO *E*

Vamos construir os gráficos de controle $\bar{x}$ e s para os dados do exemplo anterior.

Lembrando de que naquele exemplo o objetivo era avaliar a estabilidade estatística do processo de usinagem de um determinado tipo de rosca produzido por uma indústria de autopeças, em relação á variável diâmetro primitivo usinado da rosca.

Amostra i	x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}	x_{i4}	x_{i5}	$\overline{x}_i$	s_i
1	7,100	7,095	7,100	7,105	7,105	7,1010	0,0042
2	7,100	7,100	7,095	7,105	7,100	7,1000	0,0035
3	7,120	7,105	7,100	7,120	7,100	7,1090	0,0102
4	7,115	7,120	7,115	7,115	7,120	7,1170	0,0027
5	7,090	7,095	7,110	7,120	7,105	7,1040	0,0119
6	7,110	7,100	7,105	7,100	7,100	7,1030	0,0045
7	7,105	7,095	7,100	7,105	7,085	7,0980	0,0084
8	7,100	7,115	7,095	7,105	7,125	7,1080	0,0120
9	7,065	7,090	7,110	7,105	7,105	7,0950	0,0184
10	7,125	7,130	7,095	7,100	7,115	7,1130	0,0152
11	7,105	7,100	7,115	7,095	7,075	7,0980	0,0148
12	7,100	7,110	7,085	7,090	7,080	7,0930	0,0120
13	7,115	7,090	7,085	7,090	7,110	7,0980	0,0135
14	7,095	7,090	7,095	7,100	7,080	7,0920	0,0076
15	7,110	7,070	7,095	7,100	7,110	7,0970	0,0164
16	7,070	7,075	7,080	7,100	7,090	7,0830	0,0120
17	7,090	7,130	7,100	7,110	7,100	7,1060	0,0152
18	7,100	7,100	7,090	7,095	7,080	7,0930	0,0084
19	7,080	7,070	7,090	7,110	7,100	7,0900	0,0158
20	7,100	7,110	7,070	7,110	7,110	7,1000	0,0173
21	7,095	7,105	7,095	7,095	7,100	7,0980	0,0045
22	7,105	7,070	7,110	7,110	7,110	7,1010	0,0175
23	7,100	7,100	7,105	7,110	7,105	7,1040	0,0042
24	7,100	7,105	7,105	7,110	7,080	7,1000	0,0117
25	7,120	7,115	7,110	7,130	7,115	7,1180	0,0076
		Médias				$\overline{\overline{x}} = 7,10100$	$\overline{s} = 0,01115$

Gráfico s:

A partir dos dados da Tabela acima são calculados os seguintes valores para os limites de controle do gráfico s:

$$LSC = B_4\overline{s} = 2,089 \times 0,01115 = 0,02329$$

$$LM = \overline{s} = 0,01115$$

$$LIC = B_3\overline{s} = 0 \times 0,01115 = 0$$

B_3 e B_4 foram obtidos da Tabela do Apêndice C.

O gráfico de controle s, no qual já foram lançados os m = 25 valores amostrais do desvio padrão $\overline{s}_i$ está apresentado na Figura a seguir. Como nenhum dos pontos extrapola os limites de controle e não há evidências de alguma configuração não aleatória dos pontos em tomo da linha média, é possível concluir que o processo está sob controle no que diz respeito à variabilidade.

Gráfico $\overline{x}$:

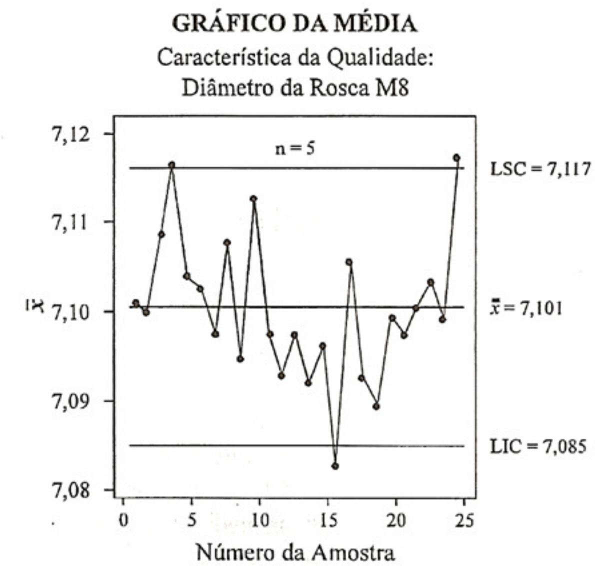
A partir dos dados da Tabela 8.2, são calculados os seguintes valores para os limites de controle do gráfico $\overline{x}$:

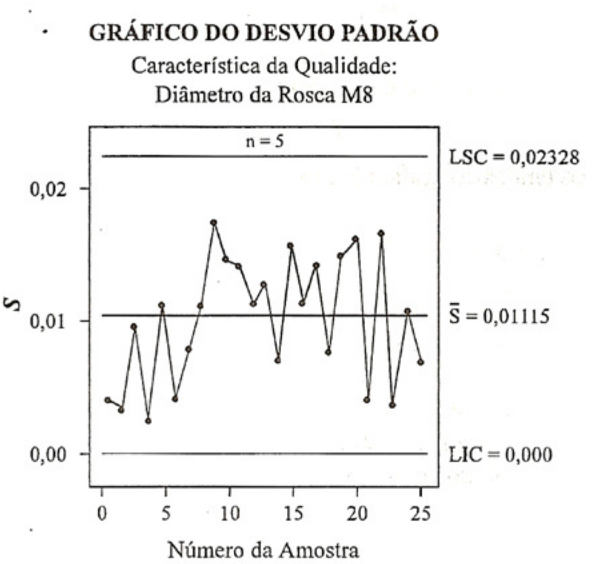
$$LSC = \overline{\overline{x}} + A_3\overline{s} = 7{,}1010 + 1{,}427 \times 0{,}01115 = 7{,}1169$$

$$LM = \overline{\overline{x}} = 7{,}1010$$

$$LIC = \overline{\overline{x}} - A_3\overline{s} = 7{,}1010 - 1{,}427 \times 0{,}01115 = 7{,}0851$$

O gráfico de controle da média, no qual já foram lançados os m = 25 valores de $\overline{x}_i$ da Tabela anterior, está apresentado na Figura a seguir. Observando o gráfico, percebemos que existem três pontos (amostras 4, 16 e 25) fora dos limites de controle. Suponha que um defeito no tomo tenha sido a causa de variação assinalável associada a estas amostras. Podemos então descartar as três amostras e recalcular os limites de controle dos gráficos x e s. Observem que é usual refazer os cálculos também para o gráfico do desvio padrão, eliminando as amostras correspondentes aos pontos fora de controle no gráfico da média, apesar de não terem sido detectados problemas no gráfico s.





Novos Limites do Gráfico s:

Após a eliminação das amostras 4, 16 e 25, o novo valor de $\overline{s}$ é

$\overline{s}$ = 0,01152

e os novos limites do gráfico s são:

$$LSC = B_4\overline{s} = 2{,}089 \times 0{,}01152 = 0{,}02407$$

$$LM = \overline{s} = 0{,}01152$$

$$LIC = B_3\overline{s} = 0 \times 0{,}01152 = 0$$

Novos Limites do Gráfico $\bar{x}$:

Após a eliminação das amostras 4, 16 e 25, o novo valor de $\bar{\bar{x}}$ é

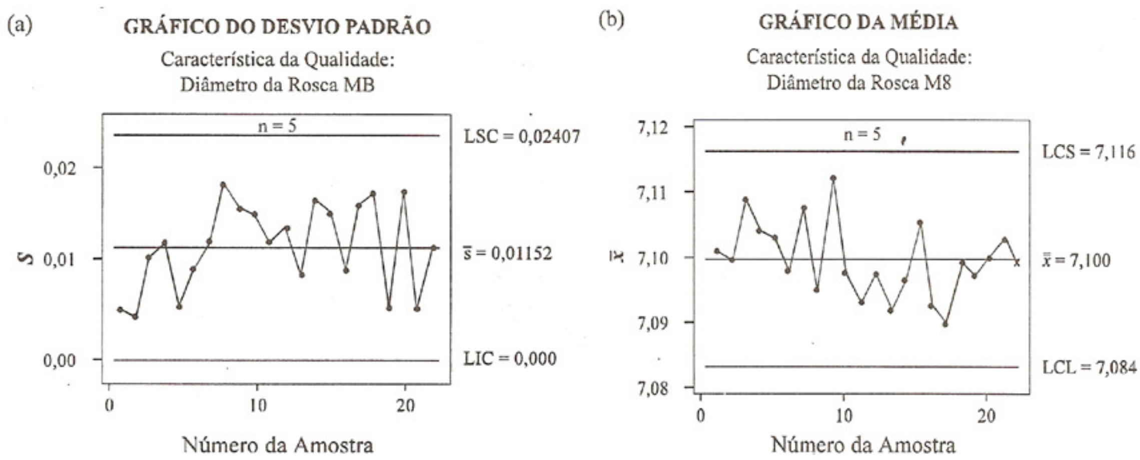
$\bar{\bar{x}}$ = 7,1000

e os novos limites do gráfico $\bar{x}$ são:

$$LSC = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s} = 7{,}1000 + 1{,}427 \times 0{,}01152 = 7{,}1164$$

$$LM = \bar{\bar{x}} = 7{,}1000$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s} = 7{,}1000 - 1{,}427 \times 0{,}01152 = 7{,}0836$$



4.8. Gráficos de Controle para Medidas Individuais (Gráficos $\bar{x}$ e AM)

Muitas vezes as amostras utilizadas na construção dos gráficos de controle têm tamanho unitário, isto é, n = 1. Exemplos de situações onde as amostras consistem em uma única unidade são:

- Processos homogêneos em que não são necessários subgrupos com mais de uma amostra;
- Quando se tem inspeção 100% automatizada;
- Processos cuja taxa de produção é baixa, não sendo necessário acumular resultados ao longo do tempo para a avaliação da estabilidade;
- Quando o tamanho dos subgrupos de amostras maior que uma unidade é economicamente inviável;
- Quando apenas uma amostra por lote está disponível.

Os gráficos de controle utilizados quando n = 1 são denominados gráficos para medidas individuais. A média $\bar{x}$ é a estimativa da média e a estimativa da variabilidade do processo é fornecida pela amplitude móvel (AM)

$$AM_i = |x_i - x_{i-1}|$$

4.8.1. Construção e Utilização dos Gráficos $\bar{x}$ e AM

O gráfico $\bar{x}$ e AM é construído da mesma forma que o gráfico $\bar{x}$ e R, o que muda são os cálculos dos limites de controle.

Gráfico x:

$$LSC = \bar{x} + 3\overline{AM}/d_2$$

$$LM = \bar{x}$$

$$LSC = \bar{x} - 3\overline{AM}/d_2$$

Onde $\overline{AM}$ é a amplitude móvel média e d_2 deve ser obtido na tabela em anexo para n = 2, já que o gráfico é baseado em uma amplitude móvel de n = 2 observações.

Gráfico AM:

$$LSC = D_4\overline{AM}$$

$$LM = \overline{AM}$$

$$LSC = D_3\overline{AM}$$

Onde D_3 e D_4 devem ser obtidos na tabela em anexo para n = 2.

4.9. Gráfico da proporção de Itens Defeituosos – Gráfico p

4.9.1. Construção e Interpretação do Gráfico p

Os princípios estatísticos que governam a construção do gráfico p são baseados na distribuição binomial. Suponha que a probabilidade de que um item proveniente do processo produtivo de interesse seja classificado como defeituoso é igual a p e que as sucessivas unidades produzidas pelo processo são independentes. Nestas condições, se for coletada um amostra aleatória de n unidades do produto e se fizermos x = número de itens defeituosos na amostra de tamanho n então x seguirá uma distribuição binomial com parâmetros n e p. Isto é,

$$P[x = k] = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

PESQUISE sobre distribuição binomial

A proporção de itens defeituosos na amostra aleatória de tamanho n, a qual representaremos por $\hat{p}$, é então dada por

$$\hat{p} = \frac{x}{n}$$

É possível demonstrar que a média e a variância de $\hat{p}$ são

$$\mu_{\hat{p}} = p$$

$$\sigma_{\hat{p}}^2 = \frac{p(1-p)}{n}$$

Conforme já sabemos, os limites de controle do gráfico p no sistema 3σ são dados por $\mu_{\hat{p}} \pm 3\sigma_{\hat{p}}$.

Como usualmente o parâmetro p (proporção de itens defeituosos fabricados pelo processo) é desconhecido, será necessário estimá-lo por meio de dados amostrais, de forma similar ao procedimento utilizado na construção dos gráficos x e R. Com este objetivo, iremos extrair m amostras preliminares do processo, cada uma de tamanho n. É usual que m seja igual a 20 ou 25 e que n seja tal que existam, em média, entre 1e 5 itens defeituosos por amostra. Se x_i representar o número de itens defeituosos na i-ésima amostra, então a proporção de defeituosos nesta amostra é

$$\hat{p}_i = \frac{x_i}{n}$$

Logo, a proporção desconhecida p de itens defeituosos será estimada pela média $\overline{p}$ das proporções individuais de itens defeituosos p_i:

$$\overline{p} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_m}{m \cdot n} \quad \text{ou} \quad \overline{p} = \frac{\hat{p}_1 + \hat{p}_2 + \hat{p}_3 + \ldots + \hat{p}_m}{m}$$

Portanto, os limites de controle do gráfico p serão calculados por meio das equações:

$$LSC = \overline{p} + 3\sqrt{\overline{p}(1 - \overline{p})/n}$$

$$LM = \overline{p}$$

$$LIC = \overline{p} - 3\sqrt{\overline{p}(1 - \overline{p})/n}$$

Após o cálculo dos limites de controle apresentados acima, devemos representar os m valores de $\hat{p}_i$ no gráfico p e verificar se o processo pode ser considerado sob controle ou se existem pontos fora dos limites e/ou configurações não aleatórias.

Antes de prosseguirmos, é importante fazer as seguintes observações sobre a construção do gráfico p:

1. Os limites de controle foram calculados com base na aproximação normal para a distribuição binomial. A aproximação é válida se $np > 5$ e $n(p-1) > 5$

2. Se p é pequeno, o limite inferior de controle pode ser um número negativo. Quando isto ocorrer, devemos considerar LIC = 0.

EXEMPLO

Uma indústria fabricante de produtos cerâmicos decidiu construir um gráfico de controle p para a linha de produção de um dos tipos de peças que ela fabrica. Com este objetivo, foram coletadas 20 amostras preliminares, sendo cada uma de tamanho n = 100. O número de peças defeituosas em cada amostra é apresentado na Tabela 8.5. É importante notar que as amostras foram numeradas de acordo com a sequência de produção.

Número da Amostra	Número de Defeituosos x_i	Proporção de Defeituosos $\hat{p}_i$
1	21	0,21
2	25	0,25
3	16	0,16
4	30	0,30
5	15	0,15
6	17	0,17
7	23	0,23
8	28	0,28
9	26	0,26
10	25	0,25
11	22	0,22
12	30	0,30
13	10	0,10
14	20	0,20
15	16	0,16
16	15	0,15
17	25	0,25
18	18	0,18
19	11	0,11
20	12	0,12

Para os dados da Tabela 8.5, foram calculados:

$$\overline{p} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_m}{m \cdot n} = \frac{405}{2000} = 0{,}2025$$

onde x_i é o número de itens defeituosos na i-ésima amostra.

$$LSC = \overline{p} + 3\sqrt{\overline{p}(1 - \overline{p})/n}$$

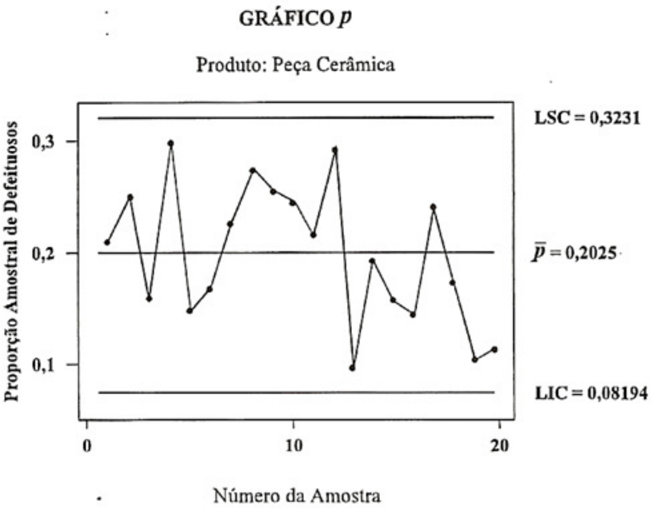
$$LSC = 0{,}2025 + 3\sqrt{(0{,}2025 \times 0{,}7975) / 100} = 0{,}323$$

$$LM = \overline{p} = 0{,}2025$$

$$LIC = \overline{p} - 3\sqrt{\overline{p}(1 - \overline{p})/n}$$

$$LIC = 0{,}2025 - 3\sqrt{(0{,}2025 \times 0{,}7975) / 100} = 0{,}0819$$

O gráfico de controle p, no qual já foram lançados os m = 20 valores de $\hat{p}_i$ da Tabela acima, está apresentado na Figura ao lado. Observando o gráfico, os técnicos da empresa perceberam que o processo estava sob controle, já que não havia pontos fora dos limites de controle e nem existiam configurações não aleatórias. Observe que se o processo não estivesse sob controle estatístico, os técnicos deveriam procurar as causas de variação assinaláveis e revisar os limites de controle, conforme o procedimento já explicado anteriormente para os outros tipos de gráficos de controle.



4.10. Gráfico do Número Total de Defeitos - Gráfico c

Um item defeituoso é uma unidade do produto que não satisfaz a uma ou mais de uma das especificações estabelecidas para aquele tipo de produto. Cada defeito é então o resultado de uma especificação que não é satisfeita. Consequentemente, um item defeituoso conterá pelo menos um defeito.

Em muitos casos é mais informativo estudar o número de defeitos por unidade de produto em lugar da proporção de produtos defeituosos. Por exemplo, podemos estar interessados no número de trincas (defeitos) em chapas de metal. Nesta situação é natural considerar uma chapa de metal como uma unidade de inspeção e estudar o número de trincas encontradas em cada unidade de inspeção. Outros exemplos deste tipo se referem ao estudo do número de soldas defeituosas em aparelhos de rádio, número de manchas em $10m^2$ de tecido e número de defeitos em 1000m de fio telefônico. Note que as unidades de inspeção correspondentes a cada um destes exemplos são 1 aparelho de rádio, $10m^2$ de tecido e 1000m de fio telefônico, respectivamente. É importante destacar que a unidade de inspeção é escolhida de acordo com a conveniência: em uma situação a unidade de inspeção pode ser constituída por 1 rádio, enquanto em outra oportunidade pode ser mais conveniente que ela seja formada por um conjunto de 5 rádios. No entanto, após a unidade de inspeção ter sido definida, é importante que ela seja a mesma para cada amostra examinada.

4.10.1. Construção e Interpretação do Gráfico c

Os princípios estatísticos que governam a construção do gráfico c são baseados na distribuição de Poisson.

Seja

c = número de defeitos em uma unidade de inspeção.

Iremos considerar que c segue uma distribuição de Poisson com média μ_c variância $\sigma^2 = \mu_c$.

Conforme já sabemos, os limites de controle do gráfico c no sistema 3σ são dados por $\mu_c \pm 3\sigma_c$.

Como usualmente o parâmetro μ_c é desconhecido, será necessário estimá-lo por meio de dados amostrais, de forma similar ao procedimento utilizado na construção dos gráficos de controle estudados até agora. Com este objetivo, iremos extrair k amostras preliminares do processo, cada uma consistindo de uma ou de n unidades de inspeção. Se c_i representar o número de defeitos na i-ésima amostra, então o parâmetro μ_c poderá ser estimado por:

$$\hat{\mu}_c = \bar{c} = \frac{c_1 + c_2 + ... + c_k}{k}$$

Portanto, os limites de controle do gráfico c serão calculados por meio das equações

$$LSC = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$
$$LM = \bar{c}$$
$$LIC = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

Após o cálculo dos limites de controle apresentados acima, devemos representar os k valores de c_i gráfico c e verificar se o processo pode ser considerado sob controle ou se existem pontos fora dos limites e/ou configurações não aleatórias.

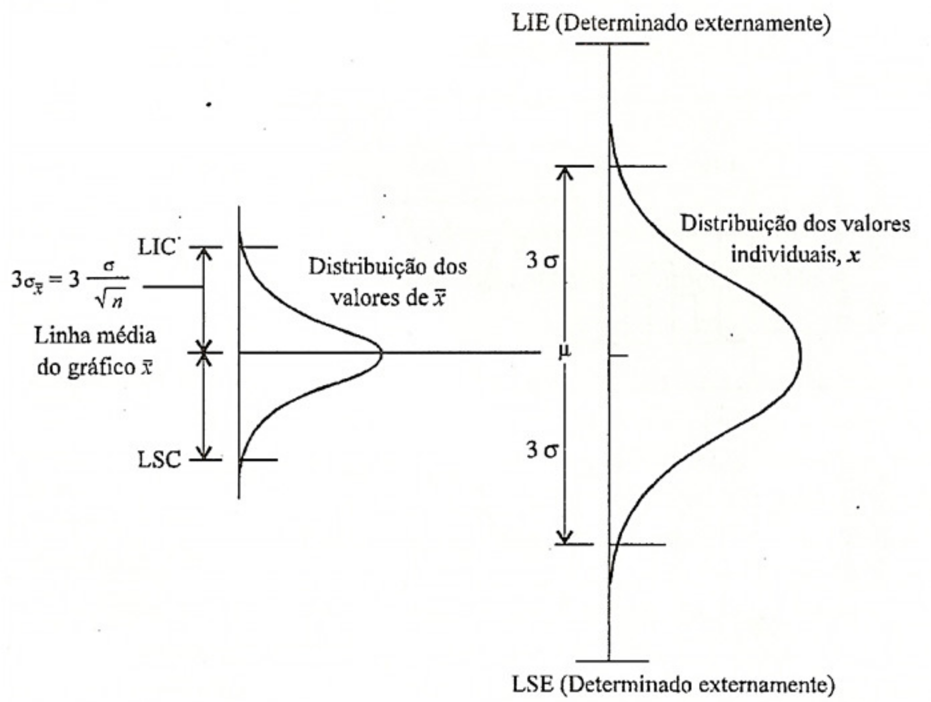
Antes de prosseguirmos, é importante fazer as seguintes observações sobre a construção do gráfico para o número total de defeitos:

1. O número n de unidades de inspeção que compõem cada amostra nem sempre é um número inteiro. Por exemplo, se a unidade amostral é 1000m de fio, a amostra poderá ser constituída por 5000 m (n = 5) ou por 100m (n = 0,1) de fio.

2. Muitas vezes o valor calculado para o limite inferior de controle será um número negativo. Quando isto ocorrer, devemos considerar LIC = 0.

4.11. Limites de Controle e Limites de Especificação

É importante enfatizar que não existe relacionamento entre os limites dos gráficos de controle e os limites de especificação para o processo. Os limites de controle resultam da variabilidade natural do processo. Já os limites de especificação são determinados externamente, podendo ser estabelecidos pela gerência, pelos engenheiros responsáveis pela produção ou pelos responsáveis pelo planejamento do produto. Observe que os limites de especificação devem refletir as necessidades dos clientes. É necessário conhecer a variabilidade inerente ao processo durante o estabelecimento das especificações, mas devemos sempre nos lembrar de que não existe relacionamento matemático ou estatístico entre' os limites de controle e os limites de especificação. A Figura abaixo sumariza as ideias apresentadas neste parágrafo.



A comparação dos dados gerados pelo processo com os limites de especificação deve ser feita com base na unidade de medida estabelecida nas especificações. Se os limites de especificação são determinados com base em itens individuais gerados pelo processo, eles devem ser comparados com as observações referentes a cada item e não com valores médios. Por este motivo, os limites de especificação não devem ser representados no gráfico de controle $\overline{x}$.

Para encerrar este capítulo, devemos destacar que um processo pode se enquadrar em qualquer uma das quatro categorias apresentadas abaixo:

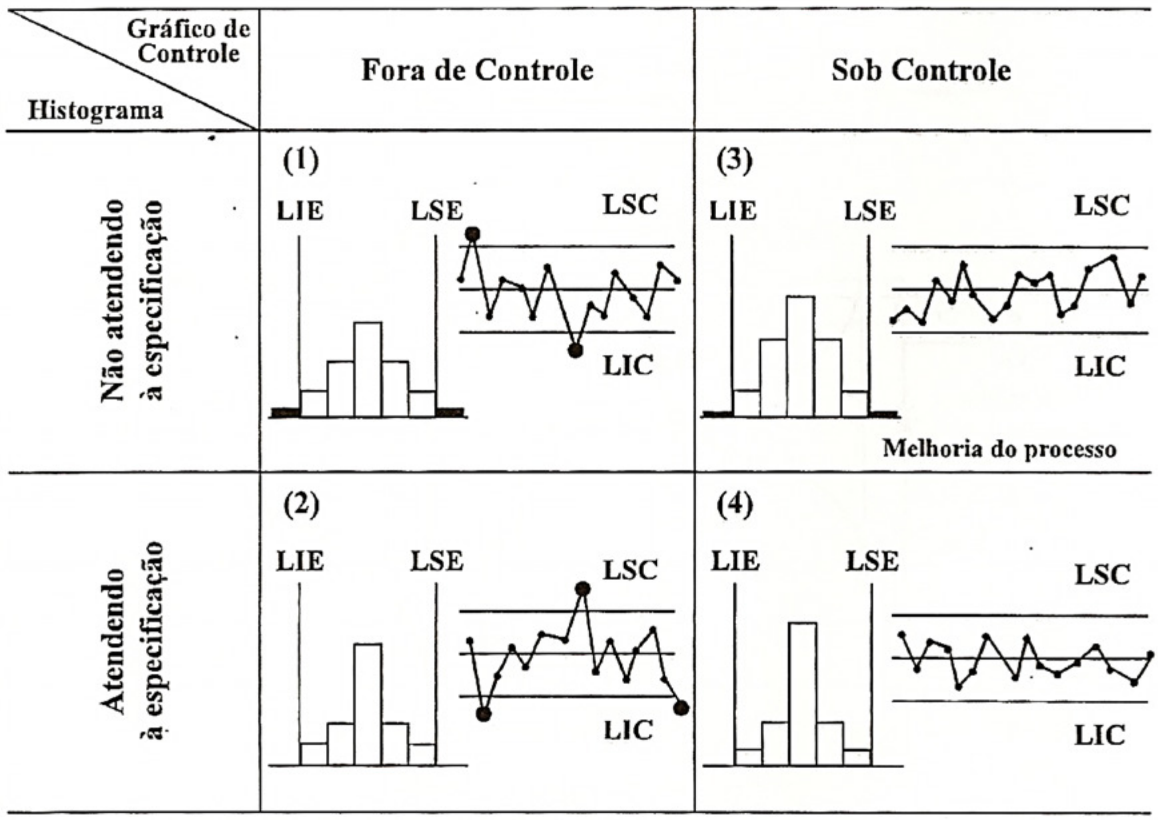
1. O processo não está sob controle e produz itens defeituosos.

2. O processo não está sob controle mas não produz itens defeituosos.

3. O processo está sob controle mas produz itens defeituosos.

4. O processo está sob controle e não produz itens defeituosos.

Essas categorias são apresentadas na Figura a seguir.



O estudo da capacidade de um processo em atender aos limites de especificação será discutido no próximo capítulo.

REALIZE

1. Uma concreteira garante aos seus clientes que seu concreto possui a resistência de no mínimo 15,0MPa , após 28 dias em que o concreto é colocado em contato com a água de mistura. Para cada batelada de concreto produzida é realizado um ensaio de compressão de corpos de prova por meio do qual é obtido o resultado da resistência da bate1ada, indicado pelo sistema de medição de forças de um equipamento para compressão. Durante a etapa de verificação , a concreteira realiza um acompanhamento destes valores com o auxílio de um gráfico de controle para medidas individuais. Os dados apresentados na Tabela 8.7 correspondem à resistência de 30 bateladas de concreto.

Batelada	Resistência (MPa)
1	24,0
2	20,4
3	23,2
4	20,3
5	18,9
6	22,5
7	21,0
8	24,0
9	21,0
10	22,3
11	20,1
12	18,5
13	19,8
14	22,0
15	23,1
16	22,0
17	20,2
18	22,9
19	23,8
20	22,3
21	20,2
22	23,4
23	19,4
24	21,3
25	20,8
26	21,0
27	23,0
28	20,5
29	18,8
30	22,0

Construa os' gráficos de controle para medidas individuais (x-AM) e interprete os resultados.

2. Ao final do processo de produção, um dos produtos de uma indústria alimentícia recebe gravado na lateral de sua embalagem a data de fabricação do seu lote de origem. A eficiência do processo é avaliada durante a etapa de verificação, quando é utilizado um gráfico de controle da proporção de registros defeituosos para cada lote do produto. Os defeitos são causados, mais frequentemente, por registro ilegível ou má localização do registro (distante a mais de 3 cm da mensagem: "Data de fabricação do produto:"). Os dados da Tabela 8.8 fornecem a proporção de unidades defeituosas em 25 lotes de tamanho 1000 produzidos sequencialmente.

Lote de Origem	Número de unidades defeituosas
1	110
2	100
3	122
4	120
5	106
6	93
7	82
8	95
9	80
10	78
11	100
12	80
13	126
14	122
15	110
16	112
17	75
18	100
19	115
20	118
21	81
22	100
23	90
24	95
25	101

O processo está sob controle estatístico?

3. Para ser competitivo no mercado bancário, um banco oferece aos seus clientes uma central de atendimento por telefone ("bank by phone"). Por meio deste serviço, cinco atendentes realizam, com o auxílio de computadores, aplicações financeiras, bloqueio de cheques e atualizações cadastrais, além de uma série de outras operações. Com o emprego do Ciclo SDCA, a central deseja manter a meta padrão de que cada atendente gaste em média 1OOseg em cada ligação. Durante o horário de atendimento da central (8:00 às 18:00), o monitoramento do processo é realizado por meio de gráficos de controle x - S, com base em amostras aleatórias de 15 ligações coletadas a cada 30 minutos, para cada atendente. Portanto, são plotados, de 30 em 30 minutos, pontos em 5 gráficos de controle, a partir dos valores de $\bar{x}$ e s calculados para amostras de tamanho 15. Os dados apresentados na tabela 8.9 fornecem os tempos médios e os desvios padrão (em segundos) para a atendente 1.

Construa os gráficos $\bar{x}$ - s para a atendente 1. O tempo gasto nas ligações telefônicas por esta atendente está sob controle estatístico?

Período	Tempo Médio (seg)	Desvio Padrã (seg)
8:00 - 8:30	80,0	12,5
8:30 - 9:00	77,0	15,0
9:00 - 9:30	81,8	10,8
9:30 - 10:00	68,2	17,1
10:00 - 10:30	79,1	9,2
10:30 - 11:00	83,0	16,8
11:00 - 11:30	94,4	12,0
11:30 - 12:00	60,0	13,5
14:00 - 14:30	76,0	19,5
14:30 - 15:00	82,3	8,9
15:00 - 15:30	79,0	10,8
15:30 - 16:00	83,2	19,0
16:00 - 16:30	91,6	7,5
16:30 - 17:00	78,1	13,2
17:00 - 17:30	89,4	14,1
17:30 - 18:00	85,0	8,5

4. Capacidade de Processos

No capítulo anterior foram estudados os gráficos de controle, os quais constituem ferramentas utilizadas para a avaliação da estabilidade de um processo. Conforme já foi destacado anteriormente, um processo estável (sob controle estatístico) apresenta previsibilidade. No entanto, é possível que mesmo um processo com variabilidade controlada e previsível produza itens defeituosos. Logo, não é suficiente simplesmente colocar e manter um processo sob controle. É fundamental avaliar se o processo é capaz de atender às especificações estabelecidas a partir dos desejos e necessidades dos clientes. É justamente esta avaliação que constitui o estudo da capacidade do processo. Observe também que, se o processo não é estável, ele possui um comportamento imprevisíve1 e portanto não faz sentido avaliar a sua capacidade.

Somente processos estáveis dever ter sua capacidade avaliada.

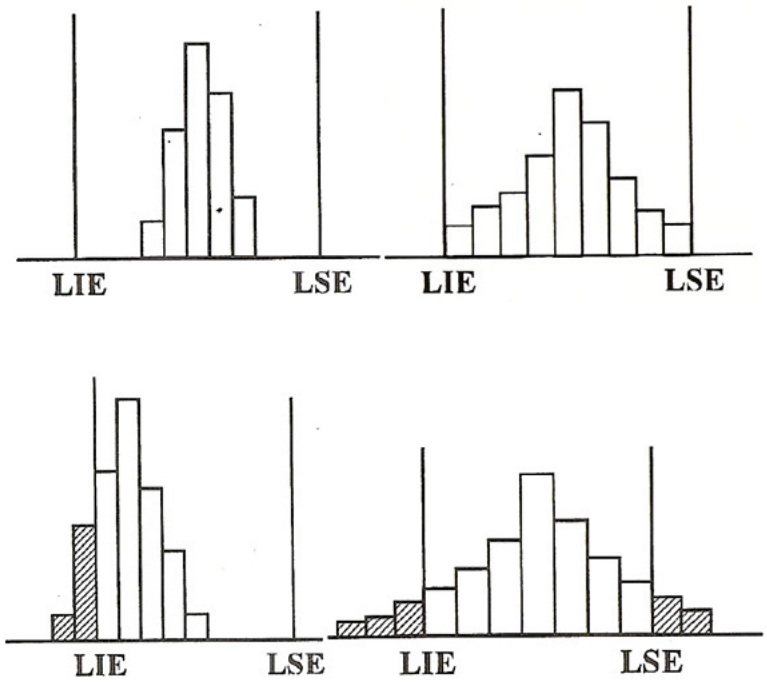
A capacidade do processo é definida a partir da faixa $\mu \pm 3\sigma$, a qual é denominada faixa característica do processo. Se o processo estiver sob controle e se for verdadeira a suposição de normalidade, 99,73% dos valores da variável x de interesse devem pertencer a esta faixa. Para estudar a capacidade do processo devemos então comparar esta faixa com as especificações.

Observe que como μ e σ são desconhecidos, eles deverão ser estimados por meio de dados amostrais para que a capacidade do processo possa ser avaliada. A média μ é bem estimada pela média amostral $\bar{\bar{x}}$ enquanto σ pode ser estimado por s, $\bar{s}/c_4$ ou $\bar{R}/d_2$ (veja o Capítulo anterior).

5.1. Análise Gráfica da Capacidade de Processos

A análise gráfica da capacidade de um processo consiste na comparação de histogramas e/ou gráficos sequenciais construídos para a característica da qualidade de interesse com os limites de especificação.

A Figura a seguir ilustra o procedimento de análise gráfica da capacidade de um processo, por meio do emprego de histogramas, e também mostra as principais situações que podem ocorrer na prática.



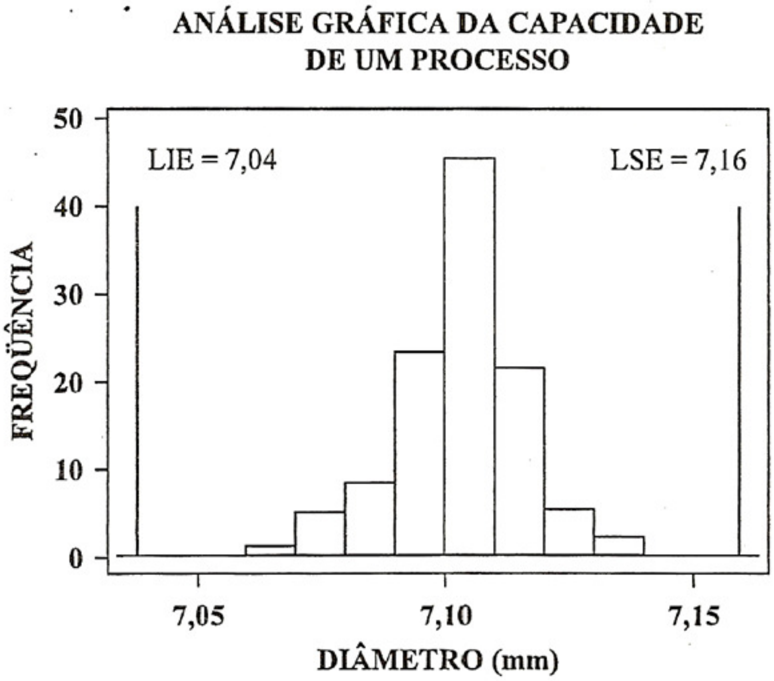
EXEMPLO

Vamos considerar novamente a indústria fabricante de autopeças do Exemplo do capitulo anterior e avaliar a capacidade do processo de usinagem das roscas produzidas pela empresa.

Iremos utilizar os dados da Tabela do exemplo da secção 4.7, após terem sido eliminadas as amostras 4, 16 e 25. Lembre-se de que após a eliminação destas amostras, as quais foram produzidas quando o tomo apresentou um defeito, foi possível concluir que o processo estava sob controle estatístico.

As especificações estabelecidas para o diâmetro da rosca são 7,10 ± 0,06 mm. O histograma construído para as observações do diâmetro, no qual também foram representados os limites de especificação, está apresentado na Figura abaixo. Observando o gráfico, percebemos que o processo se mostra centrado no valor nominal e que todos os dados estão localizados dentro da faixa de especificação, apresentando uma folga nos dois lados da figura. Observe que esta distância entre as observações extremas e os limites de especificação funciona como uma margem de segurança para a operação do processo.

Analisando o histograma, também percebemos que a distribuição das medidas do diâmetro parece ser bastante simétrica, lembrando a forma da distribuição normal.



5.2. Índices de Capacidade

Outra forma de expressão da capacidade de um processo consiste no cálculo dos chamados índices de capacidade. Estes índices são números adimensionais que permitem uma quantificação do desempenho dos processos.

5.2.1. Índice C_p

Caso a variável de interesse tenha especificação bilateral, o índice C_p é definido por:

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma}$$

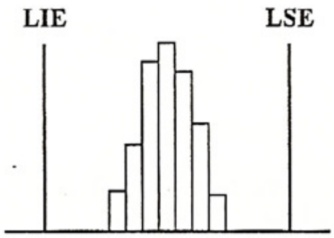
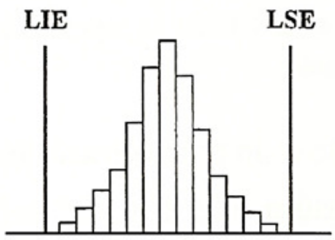
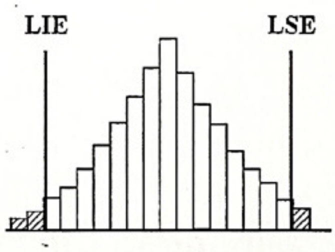
Observe que o índice C_p relaciona aquilo que se deseja produzir (LSE - *LIE*), que corresponde à variabilidade permitida ao processo, com a variabilidade natural do processo (6σ). É fácil perceber que quanto maior for o valor de C_p, maior será a capacidade do processo em satisfazer às especificações, desde que a média μ esteja centrada no valor nominal.

Como o desvio padrão σ do processo usualmente é desconhecido ele é substituído pela sua estimativa amostral $\hat{\sigma}$ (s, $\bar{s}/c_4$ ou $\bar{R}/d_2$), portanto a estimativa de $\hat{C}_p$

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6\hat{\sigma}}$$

A Figura a seguir apresenta um critério para classificação de processos segundo o índice $\hat{C}_p$, o qual vem sendo utilizado por diversas empresas.

O valor mínimo exigido para C_p é 1,33

CLASSIFICAÇÃO DO PROCESSO	VALOR DE Cp	COMPARAÇÃO DO HISTOGRAMA COM AS ESPECIFICAÇÕES
CAPAZ OU ADEQUADO (VERDE)	$C_p \geq 1{,}33$	
ACEITÁVEL (AMARELO)	$1 \leq C_p < 1{,}33$	
INCAPAZ OU INADEQUADO (VERMELHO)	$C_p < 1$	

O valor estimado para o índice C_p associado ao processo do exemplo anterior é:

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6\hat{\sigma}} = \frac{7{,}16 - 7{,}04}{6 \times 0{,}0117} = 1{,}71$$

Este valor indica que a variabilidade natural do processo está dentro da faixa de especificação, com margem de segurança (processo capaz).

Observe que o índice C_p tem uma interpretação natural, já que ($1/C_p$) x 100 é simplesmente a percentagem da faixa de especificação utilizada pelo processo. Assim, o processo de usinagem das roscas usa aproximadamente (1/1,71) x 100= 58,5% da faixa de especificação.

A definição de C_p assume implicitamente que o processo está centrado no valor nominal da especificação. Se o processo não estiver centrado, sua capacidade real será menor do que a indicada por C_p: Portanto, é conveniente pensar em C_p como uma medida de capacidade potencial, isto é, a capacidade de um processo centrado no valor nominal. Se o processo não estiver centrado, deve ser utilizado o índice C_{pk} definido a seguir.

5.2.2. Índice C_{pk}

O índice C_{pk} nos permite avaliar se o processo está sendo capaz de atingir o valor nominal da especificação, já que ele leva em consideração o valor da média do processo. Logo, o índice C_{pk} pode ser interpretado como uma medida da capacidade real do processo. C_{pk} é definido por

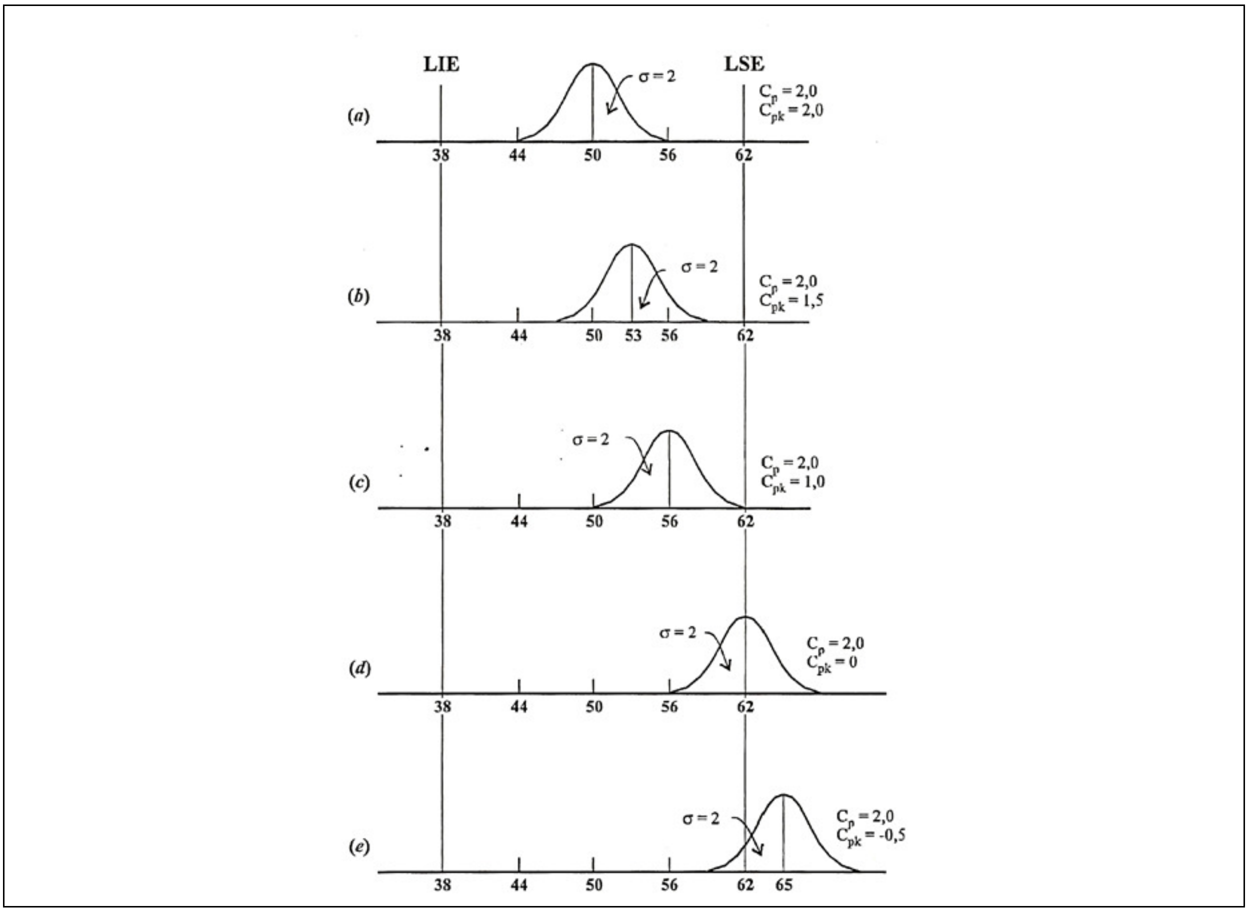
$$C_{pk} = \text{MIN}\left[\frac{LSE - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LIE}{3\sigma}\right]$$

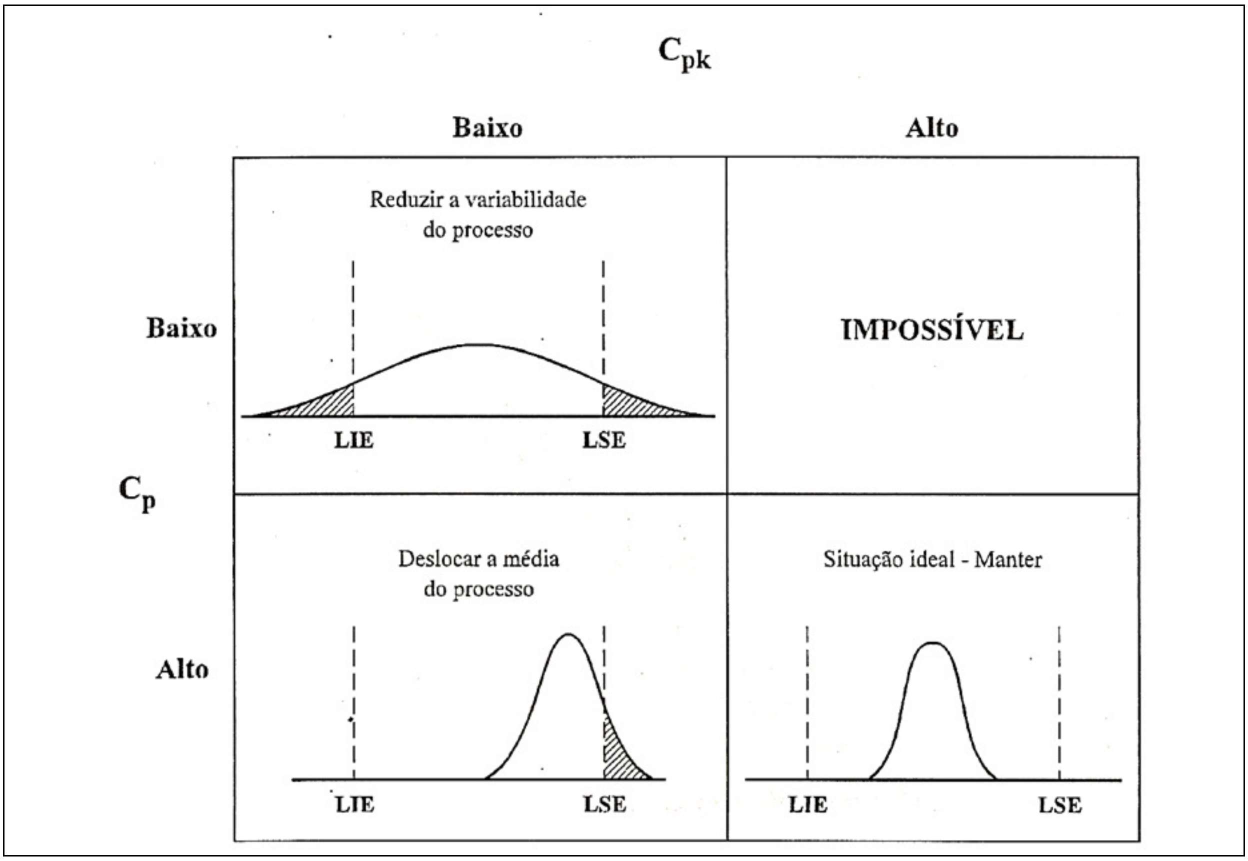
Note que C_{pk} é calculado em relação ao limite de especificação mais próximo da média do processo.

Novamente, como a média μ e o desvio padrão σ do processo usualmente são desconhecidos, deveremos substituí-las por estimativas adequadas ($\bar{\bar{x}}$ e s, $\bar{s}/c_4$ ou $\bar{R}/d_2$, respectivamente) e portanto a estimativa $\hat{C}_{pk}$ de C_{pk} será calculada por meio da expressão:

$$\hat{C}_{pk} = \text{MIN}\left[\frac{LSE - \bar{\bar{x}}}{3\hat{\sigma}}, \frac{\bar{\bar{x}} - LIE}{3\hat{\sigma}}\right]$$

A Figura a seguir apresenta o relacionamento existente entre os índices C_p e C_{pk} e a outra figura é um guia sobre o tipo de ação que deve ser adotada para melh6rar a capacidade do processo, em função da comparação das magnitudes de C_p e C_{pk}:


LIE
LSE
(a)
σ = 2
$C_p = 2,0$
$C_{pk} = 2,0$
38 44 50 56 62
(b)
σ = 2
$C_p = 2,0$
$C_{pk} = 1,5$
38 44 50 53 56 62
(c)
σ = 2
$C_p = 2,0$
$C_{pk} = 1,0$
38 44 50 56 62
(d)
σ = 2
$C_p = 2,0$
$C_{pk} = 0$
38 44 50 56 62
(e)
σ = 2
$C_p = 2,0$
$C_{pk} = -0,5$
38 44 50 56 62 65


C_{pk}
Baixo
Alto
C_p
Baixo
Alto
Reduzir a variabilidade do processo
LIE
LSE
IMPOSSÍVEL
Deslocar a média do processo
LIE
LSE
Situação ideal - Manter
LIE
LSE

O valor estimado para o índice C_{pk} associado ao processo do Exemplo anterior é:

$$\hat{C}_{pk} = \text{MIN}\left[\frac{LSE - \bar{\bar{x}}}{3\hat{\sigma}}, \frac{\bar{\bar{x}} - LIE}{3\hat{\sigma}}\right] =$$

$$= \text{MIN}\left[\frac{7{,}160 - 7{,}100}{3 \times 0{,}0117}, \frac{7{,}100 - 7{,}040}{3 \times 0{,}0117}\right] = \text{MIN}\,[1{,}71\,;\,1{,}71] = 1{,}71$$

REALIZE

Considere os resultados da média e do desvio padrão do peso de um cereal contido em uma caixa, resultantes de dois processos de embalagem distintos.

Processo A:	Processo B:
$\bar{x}_1 = 50{,}00$ $s_1 = 0{,}60$	$\bar{x}_2 = 48{,}00$ $s_2 = 0{,}25$

A indústria alimentícia produtora do cereal estabeleceu as especificações em 50 ± 3kg. Calcule C_p e C_{pk} para os dois processos e interprete estes índices. Qual processo você prefere usar?