

- 43** (Unesp-SP) Considere duas pequenas esferas condutoras iguais, separadas pela distância $d = 0,3$ m. Uma delas possui carga $Q_1 = 1 \cdot 10^{-9}$ C e a outra $Q_2 = -5 \cdot 10^{-10}$ C.

Utilizando $\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)} = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$,

- calcule a força elétrica \mathbf{F} de uma esfera sobre a outra, declarando se a força é atrativa ou repulsiva.
- A seguir, as esferas são colocadas em contato uma com a outra e recolocadas em suas posições originais. Para esta nova situação, calcule a força elétrica \mathbf{F} de uma esfera sobre a outra, declarando se a força é atrativa ou repulsiva.

Resolução:

- Lei de Coulomb:

$$F = K_0 \frac{|Q \cdot q|}{d^2}$$

$$\text{Sendo: } K_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ (SI)}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^{-10}}{(0,3)^2} \text{ (N)}$$

$$F = 5 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

Cargas elétricas de **sinais opostos**: força **atrativa**.

- Após o contato:

$$Q = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$$

$$Q = \frac{(1 \cdot 10^{-9}) + (-5 \cdot 10^{-10})}{2} \text{ (C)}$$

$$Q = \frac{[(+10) + (-5)]}{2} \cdot 10^{-10} \text{ (C)}$$

$$Q = +2,5 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

Lei de Coulomb:

$$F = K_0 \frac{|Q \cdot Q|}{d^2}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{(2,5 \cdot 10^{-10})^2}{(0,3)^2}$$

$$F = 6,25 \cdot 10^{-9} \text{ N}$$

Agora as cargas elétricas têm **sinais iguais**: força **repulsiva**.

Respostas: a) $5 \cdot 10^{-8}$ N, atrativa; b) $6,25 \cdot 10^{-9}$ N, repulsiva

- 44** (Fuvest-SP) Duas pequenas esferas metálicas idênticas, inicialmente neutras, encontram-se suspensas por fios inextensíveis e isolantes.



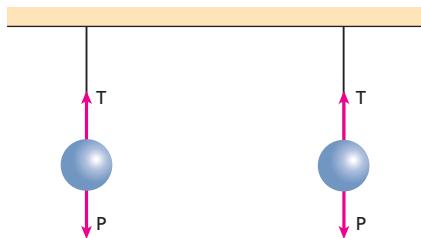
Um jato de ar perpendicular ao plano da figura é lançado durante um certo intervalo de tempo sobre as esferas. Observa-se então que ambas as esferas estão fortemente eletrizadas.

Quando o sistema alcança novamente o equilíbrio estático, podemos afirmar que as tensões nos fios:

- aumentaram e as esferas atraem-se.
- diminuíram e as esferas repelem-se.
- aumentaram e as esferas repelem-se.
- diminuíram e as esferas atraem-se.
- não sofreram alterações.

Resolução:

No início, quando as esferas estão eletricamente neutras.



$$T = P$$

O atrito entre o jato de ar e as esferas provoca a eletrização destas com cargas elétricas de mesmo sinal, ocasionando a repulsão entre elas.



No equilíbrio, temos:

$$T' \cos \theta = P$$

$$T' = \frac{P}{\cos \theta}$$

Sendo $\theta < 90^\circ$, $\cos \theta < 1$ e

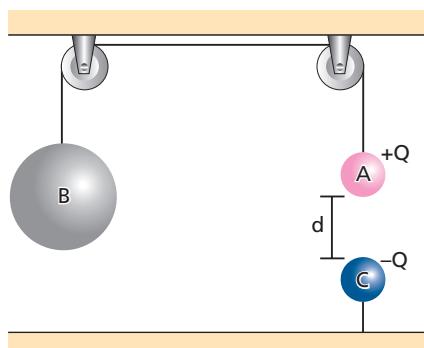
$$T' > P$$

Assim:

$$T' > T$$

Resposta: c

- 45** (Olimpíada Brasileira de Física) Os corpos **A** e **B**, de massas **m** e **M** respectivamente, estão atados por uma corda que passa por duas roldanas. O corpo **A** está carregado com carga $+Q$ e sofre a ação de uma outra carga $-Q$, que se encontra a uma distância d (figura a seguir). Nessa situação todo o sistema encontra-se em equilíbrio.

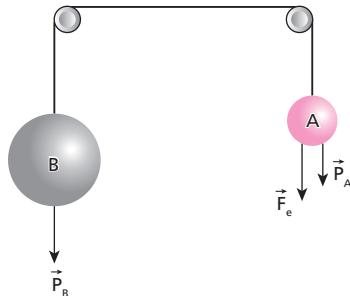


Se as massas **A** e **B** quadruplicarem, qual deve ser a nova distância entre as cargas para que o sistema fique em equilíbrio? Considere desprezíveis a massa da corda e o atrito nas roldanas.

- d .
- $\frac{d}{2}$.
- $\frac{d}{4}$.
- $2d$.
- $4d$.

Resolução:

Na situação inicial, temos:



$$\begin{aligned} F_e + P_A &= P_B \\ K \frac{|Q_A \cdot Q_C|}{d^2} + m g &= M g \\ K \frac{Q^2}{d^2} &= (M - m) g \\ d^2 &= \frac{K Q^2}{(M - m) g} \end{aligned}$$

Na situação final, temos:

$$(d')^2 = \frac{K Q^2}{(4M - 4m) g} = \frac{K Q^2}{4(M - m) g}$$

Assim:

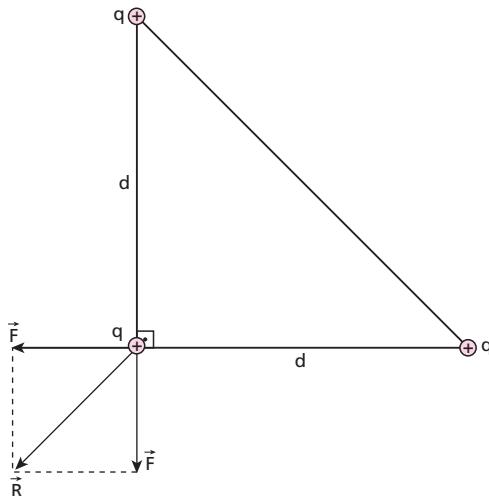
$$(d')^2 = \frac{d^2}{4}$$

$$d' = \frac{d}{2}$$

Resposta: b

46 (UEL-PR) Três partículas carregadas positivamente, cada uma com carga q , ocupam os vértices de um triângulo retângulo cujos catetos são iguais e medem d . Sabendo-se que as cargas estão num meio cuja constante eletrostática é k , a força elétrica resultante sobre a carga do ângulo reto é dada pela expressão:

- a) $\frac{k q^2}{2d^2}$. c) $\frac{k q^2}{d^2}$. e) $\frac{2 k q^2}{d^2}$.
 b) $\frac{\sqrt{2} k q^2}{2d^2}$. d) $\frac{\sqrt{2} k q^2}{d^2}$.

Resolução:

Por Pitágoras:

$$R^2 = F^2 + P^2 = 2 F^2$$

$$R = \sqrt{2} F$$

Como:

$$F = k \frac{|q q|}{d^2}$$

vem:

$$R = \frac{\sqrt{2} k q^2}{d^2}$$

Resposta: d

47 As duas esferas idênticas da figura A, uma eletrizada e a outra neutra, foram colocadas em contato e, em seguida, recolocadas em suas posições iniciais, aparecendo entre elas uma força elétrica de repulsão de intensidade F . As esferas estão em equilíbrio na posição indicada na figura B. Se a massa de cada esfera vale 10 g, o meio é o vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$) e $g = 10 \text{ m/s}^2$, qual o módulo da carga de cada esfera, na figura B?

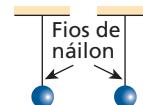


Figura A

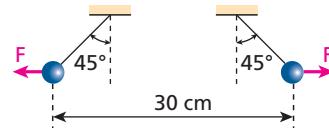
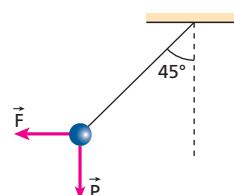


Figura B

Resolução:

Como o ângulo de inclinação é 45° , as forças \vec{F} e \vec{P} possuem intensidades iguais.

$$F = P$$

$$K \frac{|q q|}{d^2} = m g$$

$$\frac{9 \cdot 10^9 q^2}{(0,30)^2} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10$$

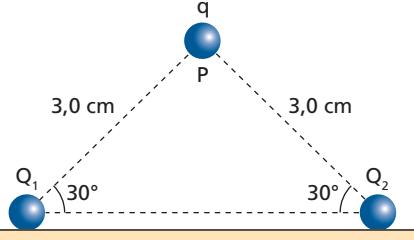
$$q^2 = \frac{10^{-1} \cdot 9 \cdot 10^{-2}}{9 \cdot 10^9} \Rightarrow q^2 = 10^{-12}$$

$$q = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 1 \mu\text{C}$$

Resposta: 1 μC

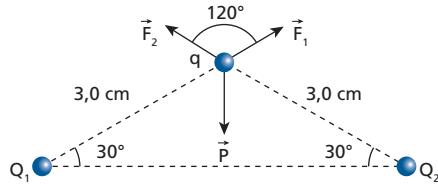
48 (Mack-SP) Duas cargas elétricas puntiformes idênticas Q_1 e Q_2 , cada uma com $1,0 \cdot 10^{-7} \text{ C}$, encontram-se fixas sobre um plano horizontal, conforme a figura a seguir. Uma terceira carga q , de massa 10 g , encontra-se em equilíbrio no ponto P , formando assim um triângulo isósceles vertical. Sabendo que as únicas forças que agem em q são as de interação eletrostática com Q_1 e Q_2 e seu próprio peso, o valor desta terceira carga é:

Dados: $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$;
 $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- a) $1,0 \cdot 10^{-5} \text{ C}$.
- b) $2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$.
- c) $1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$.
- d) $2,0 \cdot 10^{-7} \text{ C}$.
- e) $1,0 \cdot 10^{-7} \text{ C}$.

Resolução:



Na condição de equilíbrio da carga q , temos:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{P}$$

Usando a Lei dos Cossenos, temos:

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|^2 = P^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos 120^\circ$$

Mas:

$$F_1 = F_2 = K \frac{|Q_1 q|}{d^2}$$

$$F_1 = F_2 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{1,0 \cdot 10^{-7} \cdot q}{(3,0 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$F_1 = F_2 = \frac{9,0 \cdot 10^2 q}{9,0 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow F_1 = F_2 = 1,0 \cdot 10^6 q$$

Então:

$$P^2 = F^2 + F^2 - F^2$$

$$P^2 = 2F^2$$

$$P = F$$

$$mg = F$$

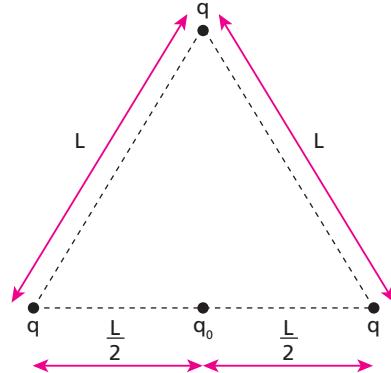
$$10 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 1,0 \cdot 10^6 q$$

$$q = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

Resposta: e

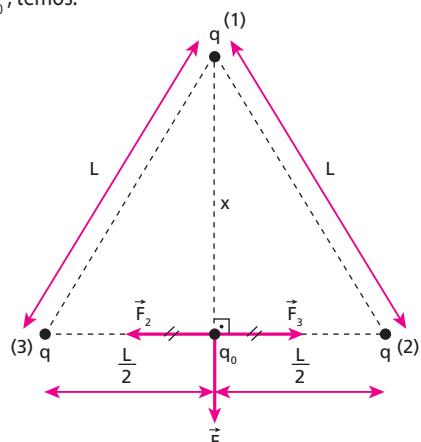
49 (UFPE) Nos vértices de um triângulo equilátero de lado $L = 3,0 \text{ cm}$, são fixadas cargas q pontuais e iguais. Considerando $q = 3,0 \mu\text{C}$, determine o módulo da força, em N , sobre uma carga pontual $q_0 = 2,0 \mu\text{C}$, que se encontra fixada no ponto médio do triângulo.

Dado: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ (SI)}$



Resolução:

Na carga q_0 , temos:



$$F_2 = F_3 \Rightarrow (\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0})$$

Assim, usando a Lei de Coulomb, vem:

$$F_1 = K \frac{|q \cdot q_0|}{x^2}$$

Mas, por Pitágoras:

$$L^2 = x^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$L^2 = x^2 + \frac{L^2}{4}$$

$$x^2 = L^2 - \frac{L^2}{4} = \frac{3L^2}{4}$$

$$x^2 = \frac{3}{4} \cdot (3,0 \cdot 10^{-2}) \text{ m} = \frac{27 \cdot 10^{-4}}{4} \text{ m}$$

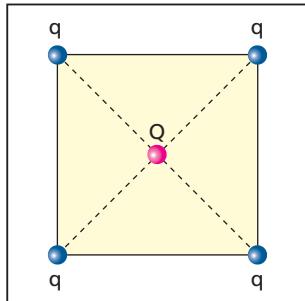
Portanto:

$$F_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3,0 \cdot 10^{-6} \cdot 2,0 \cdot 10^{-6}}{\frac{27 \cdot 10^{-4}}{4}}$$

$$F_1 = 80 \text{ N}$$

Resposta: 80N

- 50** (UFJF-MG) Quatro cargas elétricas iguais de módulo q estão situadas nos vértices de um quadrado, como mostra a figura. Qual deve ser o módulo da carga Q de sinal contrário que é necessário colocar no centro do quadrado para que todo o sistema de cargas fique em equilíbrio?

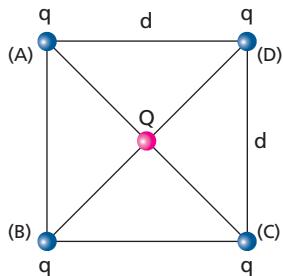


Nota:

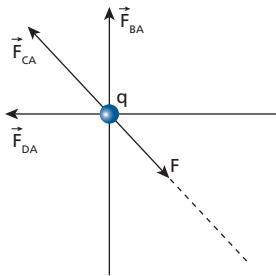
- Se as cargas q fossem negativas e Q fosse positiva, o resultado seria o mesmo.

Resposta: $\left(\frac{(2\sqrt{2} + 1)}{4}\right) \cdot |q|$

Resolução:



Em A, supondo que as cargas q sejam positivas e Q seja negativa, temos:



Condição de equilíbrio:

$$\vec{F}_{BA} + \vec{F}_{CA} + \vec{F}_{DA} + \vec{F} = \vec{0}$$

Somando \vec{F}_{BA} e \vec{F}_{DA} :

Por Pitágoras:

$$F_R^2 = F_{BA}^2 + F_{DA}^2$$

Como: $F_{BA} = F_{DA} = K \frac{|q|q|}{d^2}$

temos:

$$F_R^2 = 2F_{BA}^2 \Rightarrow F_R = \sqrt{2} F_{BA} \Rightarrow F_R = \sqrt{2} K \frac{|q|q|}{d^2}$$

Assim:

$$F_R + F_{CA} = F$$

$$\sqrt{2} K \frac{|q|q|}{d^2} + K \frac{|q|q|}{(d\sqrt{2})^2} = K \frac{|Q|q|}{\left(\frac{d\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$\frac{\sqrt{2}|q|}{d^2} + \frac{|q|}{d^2 \cdot 2} = \frac{|Q|}{\frac{d^2 \cdot 2}{4}}$$

$$\frac{\sqrt{2}|q|}{d^2} + \frac{|q|}{2d^2} = \frac{2|Q|}{d^2}$$

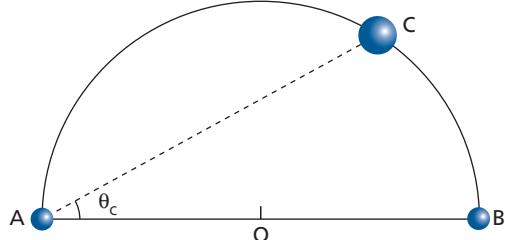
$$\sqrt{2}|q| + \frac{|q|}{2} = 2|Q|$$

$$\frac{(2\sqrt{2} + 1)|q|}{2} = 2|Q|$$

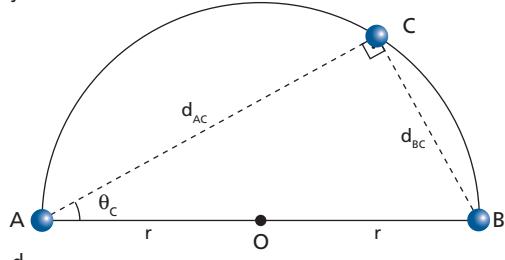
Resposta: $|Q| = \left(\frac{(2\sqrt{2} + 1)}{4}\right) |q|$

- 51**

- (UFBA) Uma pequena esfera vazada **C**, com uma carga positiva, é perpassada por um aro semicircular situado num plano horizontal, com extremidades nos pontos **A** e **B**, como indica a figura abaixo. A esfera pode se deslocar sem atrito tendo o aro como guia. Nas extremidades **A** e **B** do aro são colocadas pequenas esferas com cargas $+125 \mu\text{C}$ e $+8 \mu\text{C}$, respectivamente. Determine a tangente do ângulo θ_c para o qual a esfera **C** permanece em equilíbrio.

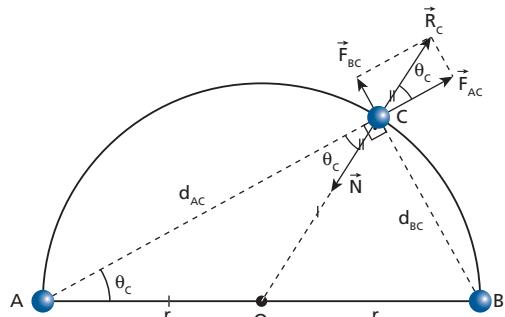


Resolução:



Para que a esfera vazada **C** permaneça em equilíbrio, é preciso que a força resultante das repulsões de **A** e **B** seja equilibrada pela força normal exercida pelo aro.

Observemos que o sistema encontra-se em um plano horizontal, portanto, a força peso não interfere no equilíbrio da esfera **C**.



$$\tan \theta_c = \frac{F_{BC}}{F_{AC}}$$

Como: $F = K \frac{|Q|q|}{d^2}$
temos:

$$\tan \theta_c = \frac{K \frac{|Q_B|q|}{d_{BC}^2}}{K \frac{|Q_A|q|}{d_{AC}^2}} = \frac{|Q_B|d_{AC}^2}{|Q_A|d_{BC}^2} \quad (\text{II})$$

Igualando (I) e (II), temos:

$$\frac{d_{BC}}{d_{AC}} = \frac{|Q_B| d_{AC}^2}{|Q_A| d_{BC}^2} \Rightarrow 125 \cdot 10^{-6} d_{BC}^3 = 8 \cdot 10^{-6} d_{AC}^3$$

$$125 d_{BC}^3 = 8 d_{AC}^3 \Rightarrow 5 d_{BC} = 2 d_{AC}$$

$$d_{AC} = 2,5 d_{BC}$$

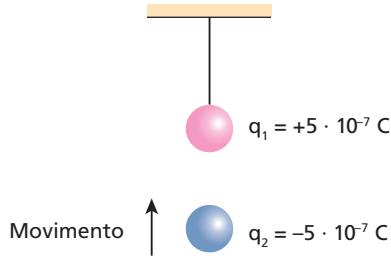
Assim, em (I), vem:

$$\tan \theta_C = \frac{d_{BC}}{d_{AC}} = \frac{d_{BC}}{2,5 d_{BC}}$$

$$\tan \theta_C = 0,40$$

Resposta: 0,40

52 (Unicamp-SP) Uma pequena esfera isolante, de massa igual a $5 \cdot 10^{-2}$ kg e carregada com uma carga positiva de $5 \cdot 10^{-7}$ C, está presa ao teto por um fio de seda. Uma segunda esfera com carga negativa de $5 \cdot 10^{-7}$ C, movendo-se na direção vertical, é aproximada da primeira. Considere $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- Calcule a força eletrostática entre as duas esferas quando a distância entre os seus centros é de 0,5 m.
- Para uma distância de $5 \cdot 10^{-2}$ m entre os centros, o fio de seda se rompe. Determine a tração máxima suportada pelo fio.

Resolução:

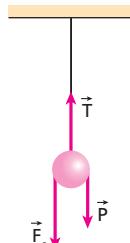
a) Lei de Coulomb:

$$F = K \frac{|Q_1 Q_2|}{d^2}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{(0,5)^2}$$

$$F = 9 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

b)



$$T = P + F_e$$

$$T = m g + K \frac{|q_1 q_2|}{d^2}$$

$$T = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10 + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{(5 \cdot 10^{-2})^2}$$

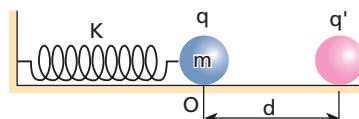
$$T = 0,5 + 0,9 \Rightarrow T = 1,4 \text{ N}$$

Respostas: a) $9 \cdot 10^{-3}$ N; b) 1,4 N

53 (ITA-SP) Uma partícula de massa $M \approx 10,0$ g e carga $q = -2,0 \cdot 10^{-6}$ C é acoplada a uma mola de massa desprezível. Esse conjunto é posto em oscilação e seu período medido é $P = 0,40 \pi$ s. É fixada a seguir uma outra partícula de carga $q' = 0,20 \cdot 10^{-6}$ C a uma distância d da posição de equilíbrio \mathbf{O} do sistema massa-mola (ver figura). O conjunto é levado lentamente até a nova posição de equilíbrio, distante $x = 40$ cm da posição de equilíbrio inicial \mathbf{O} . Qual o valor de d ?

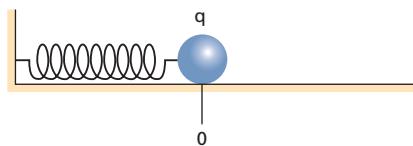
É dado: $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$.

Obs.: Considere as duas cargas puntiformes.

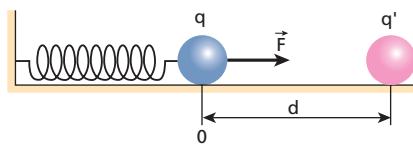


Resolução:

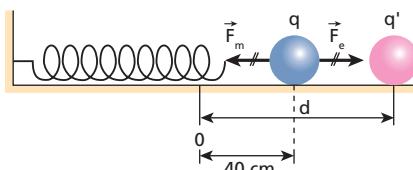
Situação de equilíbrio inicial:



A carga q' é fixada a uma distância d da posição de equilíbrio inicial, desfazendo esse equilíbrio.



A carga q é levada para a nova posição de equilíbrio:



Portanto:

$$F_m = F_e$$

$$K x = K_0 \frac{|q q'|}{(d - 0,40)^2}$$

Como, no MHS, temos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$0,40\pi = 2\pi \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{-3}}{K}}$$

$$K = 0,25 \text{ N/m}$$

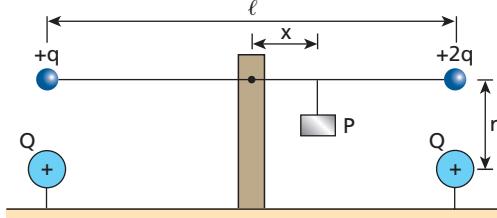
Assim:

$$0,25 \cdot 0,40 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,2 \cdot 10^{-6}}{(d - 0,40)^2}$$

$$d \approx 0,59 \text{ m} \approx 59 \text{ cm}$$

Resposta: 59 cm

- 54** (UFU-MG) A figura mostra uma barra isolante, sem massa, de comprimento $\ell = 2\text{ m}$, presa por um pino no centro. Nas suas extremidades estão presas cargas positivas q e $2q$, sendo $q = 1 \cdot 10^{-6}\text{ C}$. A uma distância $r = 0,3\text{ m}$, diretamente abaixo de cada uma dessas cargas, encontra-se afixada uma carga positiva $Q = 4 \cdot 10^{-6}\text{ C}$. Considere somente as interações entre as cargas situadas diretamente abaixo uma da outra e $K = 9 \cdot 10^9\text{ N m}^2/\text{C}^2$. Sabe-se que a reação no pino é nula.

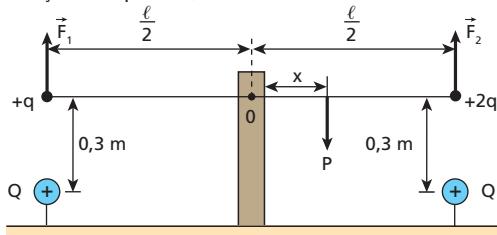


Determine:

- o valor do peso P necessário para manter a barra em equilíbrio na horizontal;
- a distância x , a partir do pino, onde o peso P deve ser suspenso quando a barra está balanceada, e de que lado do suporte (esquerdo ou direito).

Resolução:

- a) Na situação de equilíbrio, temos:



Condição de equilíbrio:

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$P = F_1 + F_2$$

Usando a Lei de Coulomb, temos:

$$F = K \frac{|Q|q}{d^2}$$

$$F_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{(0,3)^2} \Rightarrow F_1 = 0,4\text{ N}$$

$$F_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(0,3)^2} \Rightarrow F_2 = 0,8\text{ N}$$

Portanto:

$$P = 0,4 + 0,8 \text{ (N)}$$

$$P = 1,2\text{ N}$$

- b) A outra condição para ocorrer equilíbrio é:

$$\sum M_0 = 0$$

$$F_1 \frac{\ell}{2} + P x = F_2 \frac{\ell}{2}$$

$$0,4 \cdot \frac{2}{2} + 1,2 \cdot x = 0,8 \cdot \frac{2}{2}$$

$$1,2 x = 0,4$$

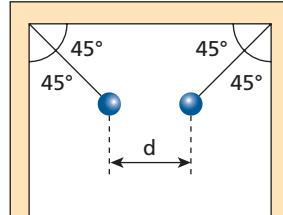
$$x = \frac{1}{3}\text{ m}$$

Nota:

- Para ocorrer equilíbrio, o peso P deve estar suspenso a $\frac{1}{3}\text{ m}$, do lado **direito** da barra.

Respostas: a) 1,2 N; b) $\frac{1}{3}\text{ m}$, do lado direito

- 55** (Mack-SP) Duas pequenas esferas metálicas idênticas, de 10 gramas cada uma, estão suspensas por fios isolantes, presos a duas paredes verticais, como mostra a figura ao lado. As esferas eletrizadas com cargas $q_1 = +1,0 \mu\text{C}$ e $q_2 = -1,0 \mu\text{C}$, respectivamente, estão em equilíbrio na posição indicada.

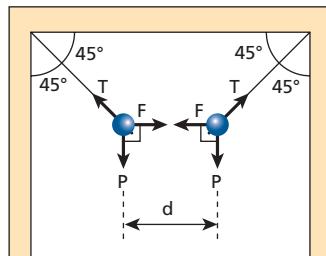


O meio é o vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9\text{ N m}^2/\text{C}^2$) e a aceleração gravitacional local é $g = 10\text{ m/s}^2$. A distância d , entre as referidas esferas, é:

- a) 1,0 cm. b) 2,0 cm. c) 3,0 cm. d) 10 cm. e) 30 cm.

Resolução:

Situação descrita:



Para o equilíbrio das esferas devemos ter:

$$\begin{cases} T \sin 45^\circ = P \\ T \cos 45^\circ = F \end{cases}$$

Como $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$, vem:

$$F = P$$

$$K \frac{|Q|q}{d^2} = mg$$

$$9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^{-6} \cdot 1,0 \cdot 10^{-6}}{d^2} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10$$

$$9 \cdot 10^{-3} = 10^{-1} d^2$$

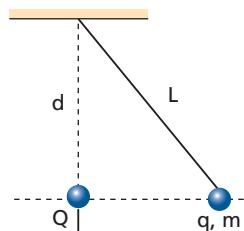
$$d^2 = 9 \cdot 10^{-2}$$

$$d = 3,0 \cdot 10^{-1}\text{ m}$$

$$d = 30\text{ cm}$$

Resposta: e

- 56** (UFG-GO) Numa experiência rudimentar para medir a carga eletrostática de pequenas bolinhas de plástico carregadas positivamente, pendura-se a bolinha, cuja carga se quer medir, em um fio de seda de 5 cm de comprimento e massa desprezível. Aproxima-se, ao longo da vertical, uma outra bolinha com carga de valor conhecido $Q = 10\text{ nC}$, até que as duas ocupem a mesma linha horizontal, como mostra a figura.



Sabendo-se que a distância medida da carga **Q** até o ponto de fixação do fio de seda é de 4 cm e que a massa da bolinha é de 0,4 g, o valor da carga desconhecida é de:

- a) 30 nC. d) 53 nC.
 b) 25 nC. e) 44 nC.
 c) 32 nC.

Dados: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$; $g = 10 \text{ m/s}^2$; $L = 5 \text{ cm}$; $d = 4 \text{ cm}$; $m = 0,4 \text{ g}$; $Q = 10 \text{ nC}$.

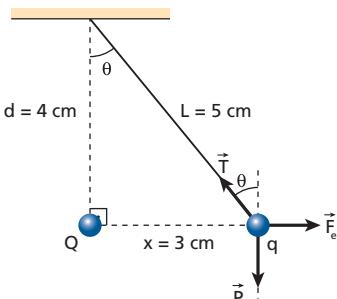
Resolução:

Assim:

$$\begin{cases} T \cos \theta = P \\ T \sin \theta = F_e \end{cases}$$

$$\begin{cases} T \cdot \frac{4}{5} = m g \\ T \cdot \frac{3}{5} = F_e \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = \frac{5 m g}{4} \\ T = \frac{5 F_e}{3} \end{cases}$$



Assim:

$$\frac{5 F_e}{3} = \frac{5 m g}{4}$$

$$K \frac{|Q|q}{x^2} = \frac{3}{4} m g$$

$$9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-9} \cdot q}{(3 \cdot 10^{-2})^2} = \frac{3}{4} \cdot 0,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10$$

$$\frac{90}{9 \cdot 10^{-4}} \cdot q = 3 \cdot 10^{-3}$$

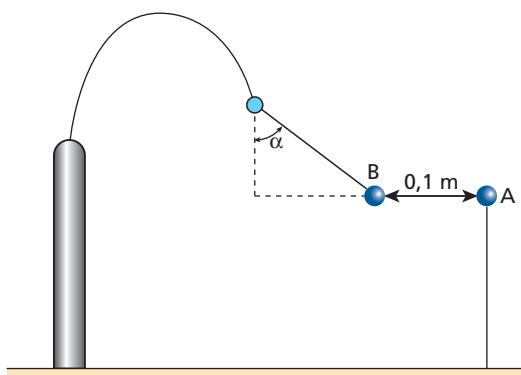
$$q = 3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$q = 30 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$q = 30 \text{ nC}$$

Resposta: a

- 57 (Ufop-MG) A figura a seguir mostra a configuração de equilíbrio de uma pequena esfera **A** e um pêndulo **B** que possuem cargas de mesmo módulo.



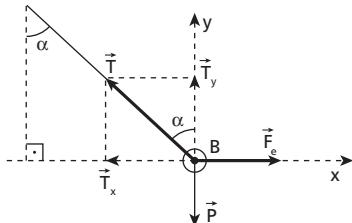
Dados: aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$.

- a) O que pode ser afirmado sobre os sinais das cargas **A** e **B**?
 b) Se $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ e a massa de **B** é 0,1 kg, determine os módulos das cargas de **A** e **B**.

Resolução:

- a) Como está ocorrendo atração entre as esferas, elas estão eletrizadas com cargas de sinais opostos (uma positiva e a outra negativa).

- b) Na esfera **B**, decompondo \vec{T} , temos:



$$T_x = T \sin \alpha$$

$$T_y = T \cos \alpha$$

Portanto, sendo:

$$T_x = F_e$$

$$T_y = P$$

dividindo membro a membro, temos:

$$\frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} = \frac{F_e}{m g}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_e}{m g}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{F_e}{0,1 \cdot 10} \Rightarrow F_e = \frac{4}{3} \text{ N}$$

Usando a Lei de Coulomb, vem:

$$F_e = K \frac{|Q|q}{d^2}$$

$$\frac{4}{3} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q^2}{(0,1)^2}$$

$$Q^2 = \frac{0,04}{27 \cdot 10^9} = \frac{40 \cdot 10^{-12}}{27}$$

$$Q = \sqrt{\frac{40}{27}} \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q = \sqrt{\frac{40}{27}} \mu\text{C}$$

Respostas: a) sinais opostos; b) $\sqrt{\frac{40}{27}} \mu\text{C}$

- 58 (UFG-GO) Considere a situação hipotética esquematizada na Figura 1, onde duas esferas idênticas de massa $m = 90 \text{ g}$, carregadas com cargas de $2 \mu\text{C}$ cada, estão separadas por 20 cm. Dobram-se as cargas nas esferas e, para que as esferas não saiam de suas posições, prende-se uma mola entre elas, como na Figura 2. A mola distende-se 1,0 cm. Qual a constante elástica da mola? (Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.)

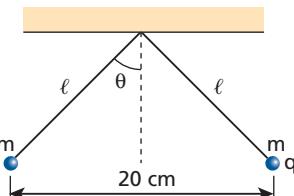


Figura 1 – Esferas carregadas com cargas de $2 \mu\text{C}$ cada.

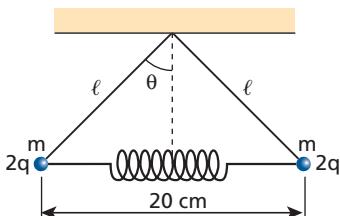
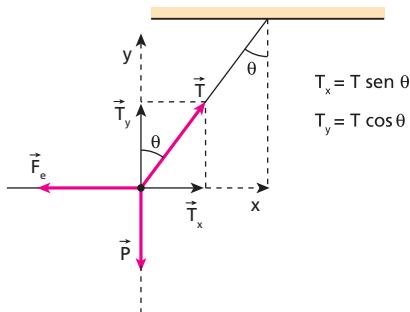


Figura 2 – Esferas carregadas com cargas de $4 \mu\text{C}$ cada e ligadas por uma mola.

Resolução:

Na situação inicial, decompondo-se \vec{T} , temos:



Na situação de equilíbrio:

$$\begin{cases} T_x = F_e \\ T_y = P \end{cases}$$

$$\frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{F_e}{m g} \Rightarrow F_e = m g \tan \theta$$

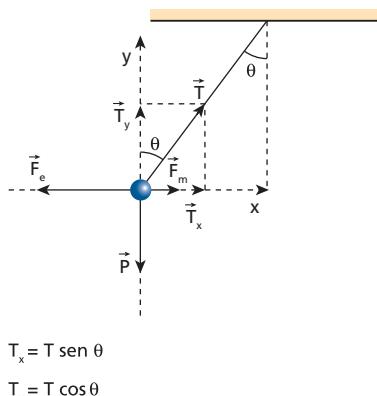
Usando a Lei de Coulomb, temos:

$$K \frac{|Q|q}{d^2} = m g \tan \theta$$

$$9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(0,20)^2} = 0,090 \cdot 10 \cdot \tan \theta$$

$$\tan \theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

Na situação final, temos:



No equilíbrio, vem:

$$\begin{cases} T_x = F_e - F_m \\ T_y = P \end{cases}$$

$$\frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{F_e - F_m}{m g}$$

$$m g \tan \theta = F_e - F_m$$

$$0,090 \cdot 10 \cdot 1 =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(0,20)^2} - k \cdot 1,0 \cdot 10^{-2}$$

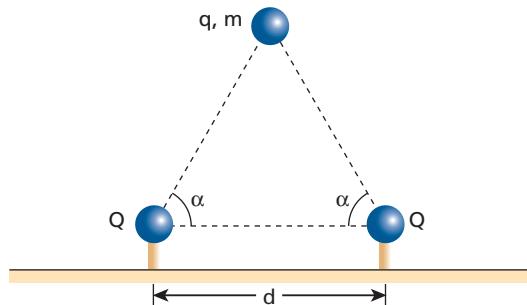
$$0,9 = 3,6 - 0,01 k$$

$$0,01 k = 2,7 \Rightarrow k = 2,7 \cdot 10^2 \text{ N/m}$$

Resposta: $k = 2,7 \cdot 10^2 \text{ N/m}$

59

(ITA-SP) Uma pequena esfera de massa m e carga q , sob a influência da gravidade e da interação eletrostática, encontra-se suspensa por duas cargas Q fixas, colocadas a uma distância d no plano horizontal, como mostra a figura.

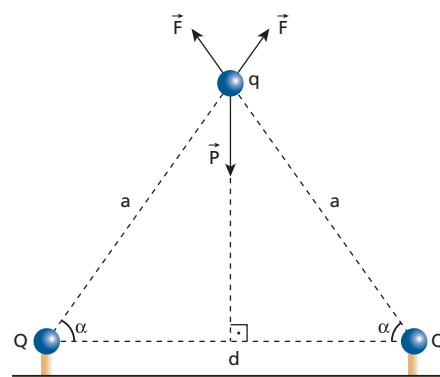


Considere que a esfera e as duas cargas fixas estejam no mesmo plano vertical e que sejam iguais a α os respectivos ângulos entre a horizontal e cada reta passando pelos centros das cargas fixas e da esfera. A massa da esfera é, então:

- $\frac{4}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{d^2} \frac{\cos^2\alpha}{g}$.
- $\frac{4}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{d} \frac{\sin\alpha}{g}$.
- $\frac{8}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{d^2} \frac{\cos^2\alpha}{g}$.
- $\frac{8}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{d^2} \frac{\cos^2\alpha \sin\alpha}{g}$.
- $\frac{4}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{d^2} \frac{\cos^2\alpha \sin\alpha}{g}$.

Resolução:

Observe que a condição de equilíbrio exige simetria na configuração, sendo as cargas elétricas da base iguais, e a interação entre elas e a carga q tem de ser de repulsão.



Decompondo as forças \vec{F} segundo a horizontal e a vertical, notamos que:

$$2F_y = P$$

$$2F \sin \alpha = m g$$

Da Lei de Coulomb, temos:

$$2K \frac{|Qq|}{a^2} \sin \alpha = m g$$

$$\text{Mas: } K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \text{ e } a = \frac{d}{2 \cos \alpha}$$

Então:

$$2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qq}{\left(\frac{d}{2 \cos \alpha}\right)^2} \sin \alpha = m g$$

$$m = \frac{8}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qq}{d^2} \cdot \frac{\cos^2 \alpha \sin \alpha}{g}$$

Resposta: d

60 (ITA-SP) Utilizando o modelo de Bohr para o átomo, calcule o número aproximado de revoluções efetuadas por um elétron no primeiro estado excitado do átomo de hidrogênio, se o tempo de vida do elétron, nesse estado excitado, é de 10^{-8} s. São dados: o raio da órbita do estado fundamental é de $5,3 \cdot 10^{-11}$ m e a velocidade do elétron nessa órbita é de $2,2 \cdot 10^6$ m/s.

- a) $1 \cdot 10^6$ revoluções. d) $8 \cdot 10^6$ revoluções.
 b) $4 \cdot 10^7$ revoluções. e) $9 \cdot 10^6$ revoluções.
 c) $5 \cdot 10^7$ revoluções.

Resolução:

No átomo de Bohr, o raio da órbita é dado por:

$$R = n^2 R_0$$

em que $R_0 = 5,3 \cdot 10^{-11}$ m (raio da órbita fundamental).

Para o estado fundamental $n = 1$, para o primeiro nível excitado $n = 2$.

Assim:

$$R = 2^2 R_0$$

$$R = 4 R_0$$

Como a força eletrostática faz o papel de força centrípeta, temos:

$$F_e = F_{cp}$$

$$K \frac{e \cdot e}{R^2} = \frac{m v^2}{R}$$

$$v^2 = \frac{K e^2}{m R}$$

Sendo v inversamente proporcional a \sqrt{R} , se $R = 4R_0$, temos:

$$v = \frac{v_0}{2} = 1,1 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Portanto:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$1,1 \cdot 10^6 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 5,3 \cdot 10^{-11}}{T}$$

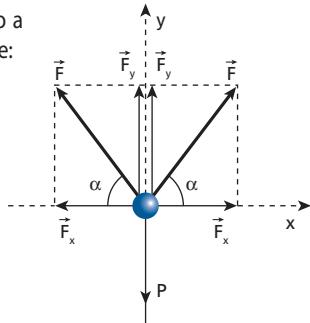
$$T \approx 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ s}$$

Como o elétron tem vida de 10^{-8} s, vem:

$$n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{10^{-8}}{1,2 \cdot 10^{-15}}$$

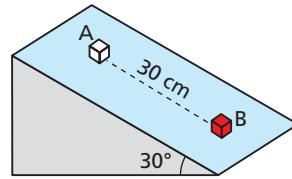
$$n \approx 8 \cdot 10^6 \text{ revoluções}$$

Resposta: d

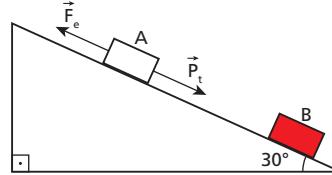


61 Em um ponto do plano inclinado, que se encontra no vácuo, fixamos um corpo **B** eletrizado com carga $Q = 20 \mu\text{C}$. A 30 cm de **B**, coloca-se um pequeno corpo **A** de 20 gramas de massa, eletrizado com carga q . Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

- a) Se não existe atrito, para que o corpo **A** fique em equilíbrio, qual deve ser sua carga elétrica?
 b) Se existisse atrito e o coeficiente de atrito estático entre o corpo **A** e o plano inclinado fosse igual a 0,25, qual seria a menor distância entre **A** e **B** para não haver movimento do corpo **A**?



Resolução:



- a) No equilíbrio, temos:

$$P_t = F_e$$

$$m g \sin 30^\circ = K \frac{|Qq|}{d^2}$$

$$20 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot q}{(0,30)^2}$$

$$0,10 = 2 \cdot 10^{-6} q$$

$$q = 5,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

- b) Com atrito, temos:

$$F_e = P_t + F_{at,est}$$

$$K \frac{|Qq|}{d^2} = m g \sin 30^\circ + \mu m g \cos 30^\circ$$

$$9 \cdot 10^9 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 5,0 \cdot 10^{-8}}{d^2} =$$

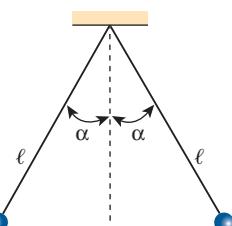
$$= 0,020 \cdot 10 (0,50 + 0,25 \cdot 0,86)$$

$$\frac{9 \cdot 10^{-3}}{d^2} = 0,143 \Rightarrow d^2 = \frac{0,009}{0,143}$$

$$d^2 \approx 0,063 \Rightarrow d \approx 0,25 \text{ m} \approx 25 \text{ cm}$$

Respostas: a) $5,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$; b) 25 cm

62 (Unifesp-SP) Na figura, estão representadas duas pequenas esferas de mesma massa, $m = 0,0048 \text{ kg}$, eletrizadas com cargas de mesmo sinal, repelindo-se no ar. Elas estão penduradas por fios isolantes muito leves, inextensíveis, de mesmo comprimento, $\ell = 0,090 \text{ m}$. Observa-se que, com o tempo, essas esferas se aproximam e os fios tendem a se tornar verticais. a) O que causa a aproximação dessas esferas? Durante essa aproximação,

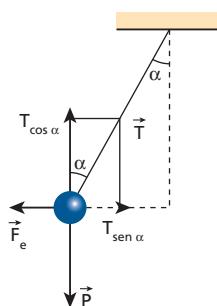


- os ângulos que os fios formam com a vertical são sempre iguais ou podem tornar-se diferentes um do outro? Justifique.
- b) Suponha que, na situação da figura, o ângulo α seja tal que $\sin \alpha = 0,60$; $\cos \alpha = 0,80$; $\operatorname{tg} \alpha = 0,75$ e as esferas têm cargas iguais. Qual é, nesse caso, a carga elétrica de cada esfera? (Admitir $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.)

Resolução:

- a) Com o passar do tempo haverá perda de carga elétrica para o ar que envolve as esferas. Isso provocará a aproximação das esferas, já que a força de repulsão entre elas irá diminuir. Como as esferas têm mesmo peso e as forças de repulsão são iguais, em módulo (Princípio da Ação-Reação), o ângulo α deverá ser igual para ambas.

b)



$$\begin{cases} T \operatorname{sen} \alpha = F_e \\ T \cos \alpha = P \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_e}{P} = \frac{F_e}{mg}$$

$$F_e = m g \operatorname{tg} \alpha$$

Lei de Coulomb:

$$F_e = K \frac{|Q|Q|}{d^2}$$

Assim:

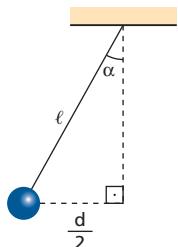
$$K \frac{|Q|Q|}{d^2} = mg \operatorname{tg} \alpha$$

$$9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q^2}{d^2} = 0,0048 \cdot 10 \cdot 0,75$$

$$Q^2 = 4 \cdot 10^{-12} d^2$$

$$Q = 2 \cdot 10^{-6} d$$

Mas:



$$\frac{d}{2} = \ell \operatorname{sen} \alpha$$

$$d = 2 \cdot 0,090 \cdot 0,60 \text{ (m)}$$

$$d = 0,108 \text{ m}$$

Portanto:

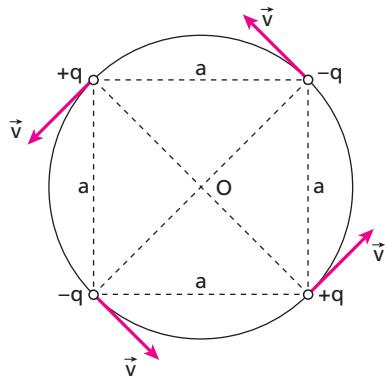
$$Q = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,108 \text{ (C)}$$

$$Q = \pm 2,16 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

Respostas: a) Perda de cargas elétricas para o ar. Ângulos permanecem iguais; b) $\pm 2,16 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

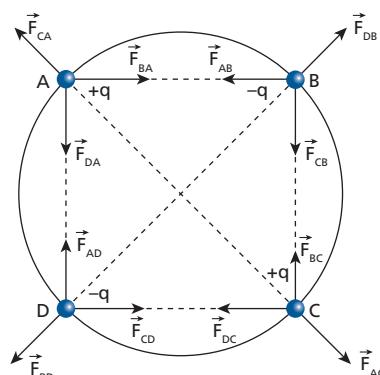
- 63** (Fuvest-SP) Quatro pequenas esferas de massa m estão carregadas com cargas de mesmo valor absoluto q , sendo duas negativas e duas positivas, como mostra a figura. As esferas estão dispostas formando um quadrado de lado a e giram numa trajetória circular de centro O , no plano do quadrado, com velocidade de módulo constante v . Suponha que as únicas forças atuantes sobre as esferas sejam devidas à interação eletrostática. A constante de permissividade elétrica é ϵ_0 . Todas as grandezas (dadas e solicitadas) estão em unidades SI.

- a) Determine a expressão do módulo da força eletrostática resultante \vec{F} que atua em cada esfera e indique sua direção.
b) Determine a expressão do módulo da velocidade tangencial \vec{v} das esferas.

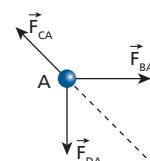


Resolução:

- a) Cada uma das quatro cargas elétricas está sujeita a três forças exercidas pelas outras três cargas.



Devido à simetria, podemos observar que as forças resultantes em cada carga têm intensidades iguais. Por exemplo, considerando a carga nominada por A, temos:



Observe que:

$$|\vec{F}_{AB}| = |\vec{F}_{DA}| = K \frac{|q| |q|}{a^2}$$

$$|\vec{F}_{CA}| = K \frac{|q| |q|}{(a\sqrt{2})^2} = K \frac{|q| |q|}{a^2 \cdot 2}$$

Somando os vetores \vec{F}_{BA} e \vec{F}_{DA} , temos:

$$S^2 = F_{BA}^2 + F_{DA}^2 = 2 F_{BA}^2$$

$$S = \sqrt{2} F_{BA} \Rightarrow S = \sqrt{2} K \frac{|q| |q|}{a^2}$$

A força resultante de **A** é dada por:

$$F = F - F_{CA} = \sqrt{2} K \frac{|q| |q|}{a^2} - \frac{1}{2} K \frac{|q| |q|}{a^2}$$

$$F = \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right) K \frac{|q| |q|}{a^2}$$

$$\text{Como: } K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$

$$\text{Então: } F = \left(\frac{2\sqrt{2} - 1}{2}\right) \left(\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}\right)$$

Essa resultante tem **direção radial**, passando pelo centro da circunferência.

b) A força resultante calculada no item **a** funciona, para cada carga, como força centrípeta.

$$F = F_{cp} = \frac{m v^2}{R}$$

Como o raio **R** da circunferência corresponde à metade da diagonal do quadrado, temos:

$$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Assim:

$$F = \frac{m v^2}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)} = \frac{2m v^2}{a\sqrt{2}}$$

$$v^2 = \frac{a\sqrt{2}}{2m} F_R$$

$$v^2 = \frac{a\sqrt{2}}{2m} \cdot \frac{(2\sqrt{2} - 1)}{2} \cdot \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$$

$$v^2 = \frac{4 - \sqrt{2}}{4m} \cdot \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a}$$

$$v = \frac{q}{4} \sqrt{\frac{4 - \sqrt{2}}{m a \pi \epsilon_0}}$$

Respostas: a) $\left(\frac{2\sqrt{2} - 1}{2}\right) \left(\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}\right)$; b) $\frac{q}{4} \sqrt{\frac{4 - \sqrt{2}}{m a \pi \epsilon_0}}$

• constante eletrostática do meio:

$$K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$$

• constante de gravitação universal:

$$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^2$$

Admitindo apenas as interações devidas às cargas elétricas, determine:

a) o módulo da força de interação entre o próton e o elétron;

b) a velocidade escalar do elétron.

Se fossem consideradas também as interações gravitacionais, qual seria:

c) o módulo da força resultante de interação entre próton e elétron?

d) a velocidade escalar do elétron?

Resolução:

a) Lei de Coulomb:

$$F_e = K \frac{|Q| |q|}{d^2}$$

$$F_e = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(1,0 \cdot 10^{-10})^2}$$

$$F_e = 2,3 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

b) A força eletrostática F_e funciona como força centrípeta:

$$F_e = F_{cp}$$

$$2,3 \cdot 10^{-8} = \frac{m v^2}{R}$$

$$2,3 \cdot 10^{-8} = \frac{9,0 \cdot 10^{-31} \cdot v^2}{1,0 \cdot 10^{-10}}$$

$$v^2 \approx 2,6 \cdot 10^{12}$$

$$v \approx 1,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

c) $F_r = F_e + F_g$

$$F_r = 2,3 \cdot 10^{-8} + G \frac{M m}{d^2}$$

$$F_r = 2,3 \cdot 10^{-8} + 6,7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{9,0 \cdot 10^{-31} \cdot 1,7 \cdot 10^{-27}}{(1,0 \cdot 10^{-10})^2}$$

$$F_r = 2,3 \cdot 10^{-8} + 1,0 \cdot 10^{-49}$$

Observe que a interação gravitacional entre o próton e o elétron é desprezível quando comparada com a interação eletrostática.

Assim:

$$F_r = F_e = 2,3 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

d) Do item **c**, concluímos que:

$$F_{cp} = F_e$$

$$\frac{m v^2}{R} = K \frac{|Q| |q|}{d^2}$$

$$v \approx 1,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

(Ver item **b**.)

Respostas: a) $2,3 \cdot 10^{-8} \text{ N}$; b) $1,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$; c) $2,3 \cdot 10^{-8} \text{ N}$; d) $1,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$

64 Considere o modelo clássico do átomo de hidrogênio, no qual existe um próton no núcleo e um elétron girando em órbita circular em torno desse núcleo.

Suponha conhecidos:

- em módulo: carga do próton = carga do elétron = $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$;
- raio da órbita do elétron = $1,0 \cdot 10^{-10} \text{ m}$;
- massa do elétron = $9,0 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$;
- massa do próton = $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$;