43 (Unesp-SP) Considere duas pequenas esferas condutoras iguais, separadas pela distância d = 0,3 m. Uma delas possui carga $Q_1 = 1 \cdot 10^{-9}$ C e a outra $Q_2 = -5 \cdot 10^{-10}$ C.

Utilizando $\frac{1}{(4\pi\, \varepsilon_0)} = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$,

a) calcule a força elétrica **F** de uma esfera sobre a outra, declarando se a força é atrativa ou repulsiva.
b) A seguir, as esferas são colocadas em contato uma com a outra e recolocadas em suas posições originais. Para esta nova situação, calcule a força elétrica **F** de uma esfera sobre a outra, declarando se a força é atrativa ou repulsiva.

Resolução:

a) Lei de Coulomb:

$$F = K_0 \frac{|Q\ q|}{d^2}$$

Sendo: $K_0 = \frac{1}{4\pi\, \varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ (SI)

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^{-10}}{(0,3)^2} \quad (N)$$

$$\boxed{F = 5 \cdot 10^{-8}\ N}$$

Cargas elétricas de **sinais opostos**: força **atrativa**.

b) Após o contato:

$$Q = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$$

$$Q = \frac{(+1 \cdot 10^{-9}) + (-5 \cdot 10^{-10})}{2} \quad (C)$$

$$Q = \frac{[(+10) + (-5)]}{2} \cdot 10^{-10} \quad (C)$$

$$Q = +2,5 \cdot 10^{-10}\ C$$

Lei de Coulomb:

$$F = K_0 \frac{|Q \cdot Q|}{d^2}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{(2,5 \cdot 10^{-10})^2}{(0,3)^2}$$

$$\boxed{F = 6,25 \cdot 10^{-9}\ N}$$

Agora as cargas elétricas têm **sinais iguais**: força **repulsiva**.

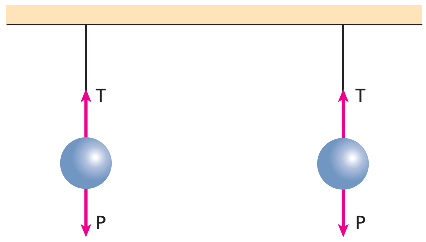
Respostas: a) $5 \cdot 10^{-8}$ N, atrativa; b) $6,25 \cdot 10^{-9}$ N, repulsiva

44 (Fuvest-SP) Duas pequenas esferas metálicas idênticas, inicialmente neutras, encontram-se suspensas por fios inextensíveis e isolantes.

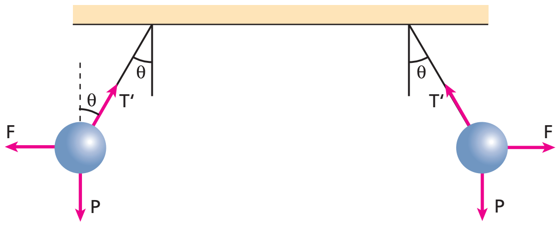
Um jato de ar perpendicular ao plano da figura é lançado durante um certo intervalo de tempo sobre as esferas. Observa-se então que ambas as esferas estão fortemente eletrizadas.
Quando o sistema alcança novamente o equilíbrio estático, podemos afirmar que as tensões nos fios:

a) aumentaram e as esferas atraem-se.
b) diminuíram e as esferas repelem-se.
c) aumentaram e as esferas repelem-se.
d) diminuíram e as esferas atraem-se
e) não sofreram alterações.

Resolução:
No início, quando as esferas estão eletricamente neutras.



T = P
O atritamento entre o jato de ar e as esferas provoca a eletrização destas com cargas elétricas de mesmo sinal, ocasionando a repulsão entre elas.



No equilíbrio, temos:
$T' \cos\theta = P$

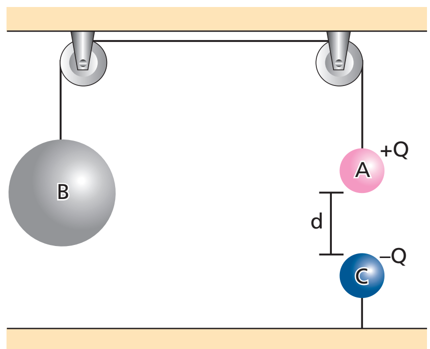
$$T' = \frac{P}{\cos\theta}$$

Sendo $\theta < 90°$, $\cos\theta < 1$ e
$T' > P$
Assim:

$$\boxed{T' > T}$$

Resposta: c

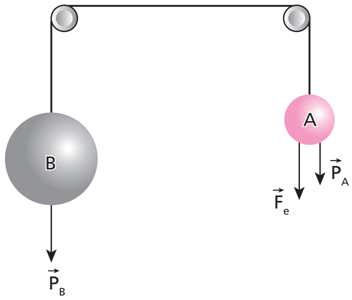
45 (Olimpíada Brasileira de Física) Os corpos **A** e **B**, de massas **m** e **M** respectivamente, estão atados por uma corda que passa por duas roldanas. O corpo **A** está carregado com carga +Q e sofre a ação de uma outra carga –Q, que se encontra a uma distância **d** (figura a seguir). Nessa situação todo o sistema encontra-se em equilíbrio.



Se as massas **A** e **B** quadruplicarem, qual deve ser a nova distância entre as cargas para que o sistema fique em equilíbrio? Considere desprezíveis a massa da corda e o atrito nas roldanas.

a) d.
b) $\frac{d}{2}$.
c) $\frac{d}{4}$.
d) 2d.
e) 4d.

Resolução:
Na situação inicial, temos:



$F_e + P_A = P_B$

$$K \frac{|Q_A \cdot Q_C|}{d^2} + m\,g = M\,g$$

$$K \frac{Q^2}{d^2} = (M - m)\,g$$

$$d^2 = \frac{K\,Q^2}{(M - m)\,g}$$

Na situação final, temos:

$$(d')^2 = \frac{K\,Q^2}{(4M - 4m)\,g} = \frac{K\,Q^2}{4(M - m)\,g}$$

Assim:

$$(d')^2 = \frac{d^2}{4}$$

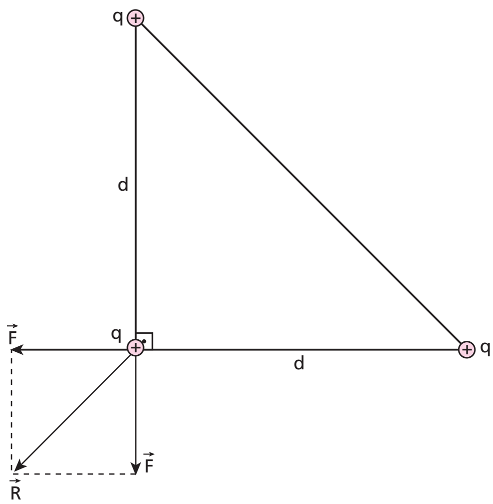
$$\boxed{d' = \frac{d}{2}}$$

Resposta: b

46 (UEL-PR) Três partículas carregadas positivamente, cada uma com carga **q**, ocupam os vértices de um triângulo retângulo cujos catetos são iguais e medem **d**. Sabendo-se que as cargas estão num meio cuja constante eletrostática é **k**, a força elétrica resultante sobre a carga do ângulo reto é dada pela expressão:

a) $\frac{k\,q^2}{2d^2}$.
b) $\frac{\sqrt{2}\;k\,q^2}{2d^2}$.
c) $\frac{k\,q^2}{d^2}$.
d) $\frac{\sqrt{2}\;k\,q^2}{d^2}$.
e) $\frac{2\,k\,q^2}{d^2}$.

Resolução:



Por Pitágoras:

$R^2 = F^2 + F^2 = 2\,F^2$

$R = \sqrt{2}\;F$

Como:

$$F = k \frac{|q\,q|}{d^2}$$

vem:

$$\boxed{R = \frac{\sqrt{2}\;k\,q^2}{d^2}}$$

Resposta: d

47 As duas esferas idênticas da figura **A**, uma eletrizada e a outra neutra, foram colocadas em contato e, em seguida, recolocadas em suas posições iniciais, aparecendo entre elas uma força elétrica de repulsão de intensidade **F**. As esferas estão em equilíbrio na posição indicada na figura **B**. Se a massa de cada esfera vale 10 g, o meio é o vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9$ N m²/C²) e g = 10 m/s², qual o módulo da carga de cada esfera, na figura **B**?

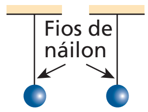


Figura **A**

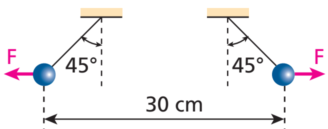
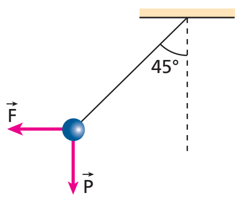


Figura **B**

Resolução:



Como o ângulo de inclinação é 45º, as forças $\vec{F}$ e $\vec{P}$ possuem intensidades iguais.

$F = P$

$$K \frac{|q\,q|}{d^2} = m\,g$$

$$\frac{9 \cdot 10^9\,q^2}{(0{,}30)^2} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10$$

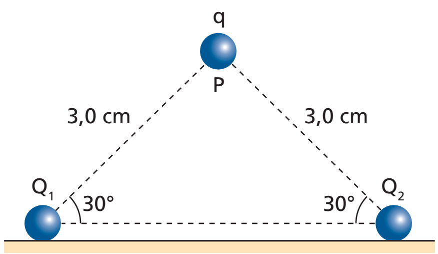
$$q^2 = \frac{10^{-1} \cdot 9 \cdot 10^{-2}}{9 \cdot 10^9} \Rightarrow q^2 = 10^{-12}$$

$$\boxed{q = 1 \cdot 10^{-6}\ C = 1\ \mu C}$$

Resposta: 1 μC

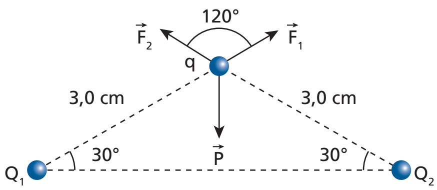
48 (Mack-SP) Duas cargas elétricas puntiformes idênticas Q_1 e Q_2, cada uma com $1{,}0 \cdot 10^{-7}$ C, encontram-se fixas sobre um plano horizontal, conforme a figura a seguir. Uma terceira carga **q**, de massa 10 g, encontra-se em equilíbrio no ponto **P**, formando assim um triângulo isósceles vertical. Sabendo que as únicas forças que agem em **q** são as de interação eletrostática com Q_1 e Q_2 e seu próprio peso, o valor desta terceira carga é:

Dados: $K_0 = 9 \cdot 10^9$ N m²/C²;
$g = 10$ m/s².



a) $1{,}0 \cdot 10^{-5}$ C.
b) $2{,}0 \cdot 10^{-6}$ C.
c) $1{,}0 \cdot 10^{-6}$ C.
d) $2{,}0 \cdot 10^{-7}$ C.
e) $1{,}0 \cdot 10^{-7}$ C.

Resolução:



Na condição de equilíbrio da carga **q**, temos:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{P}$$

Usando a Lei dos Cossenos, temos:

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|^2 = P^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos 120°$$

Mas:

$$F_1 = F_2 = K \frac{|Q_1 q|}{d^2}$$

$$F_1 = F_2 = 9{,}0 \cdot 10^9 \frac{1{,}0 \cdot 10^{-7} \cdot q}{(3{,}0 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$F_1 = F_2 = \frac{9{,}0 \cdot 10^2\, q}{9{,}0 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow F_1 = F_2 = 1{,}0 \cdot 10^6\, q$$

Então:

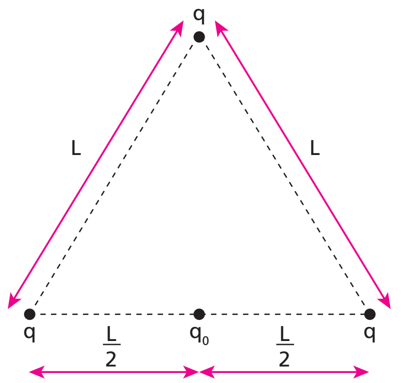
$P^2 = F^2 + F^2 - F^2$
$P^2 = F^2$
$P = F$
$m\,g = F$
$10 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 1{,}0 \cdot 10^6\, q$

$$\boxed{q = 1{,}0 \cdot 10^{-7}\ \text{C}}$$

Resposta: e

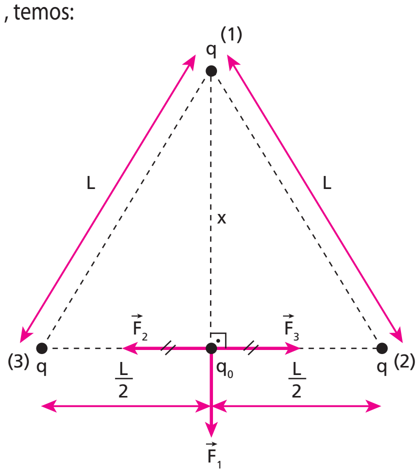
49 (UFPE) Nos vértices de um triângulo equilátero de lado L = 3,0 cm, são fixadas cargas **q** pontuais e iguais. Considerando q = 3,0 μC, determine o módulo da força, em **N**, sobre uma carga pontual $q_0 = 2{,}0$ μC, que se encontra fixada no ponto médio do triângulo.

Dado: $K = 9 \cdot 10^9$ (SI)



Resolução:

Na carga q_0, temos:



$$F_2 = F_3 \Rightarrow (\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{O})$$

Assim, usando a Lei de Coulomb, vem:

$$F_1 = K \frac{|q \cdot q_0|}{x^2}$$

Mas, por Pitágoras:

$$L^2 = x^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$L^2 = x^2 + \frac{L^2}{4}$$

$$x^2 = L^2 - \frac{L^2}{4} = \frac{3L^2}{4}$$

$$x^2 = \frac{3}{4} \cdot (3{,}0 \cdot 10^{-2})\text{m} = \frac{27 \cdot 10^{-4}}{4}\text{m}$$

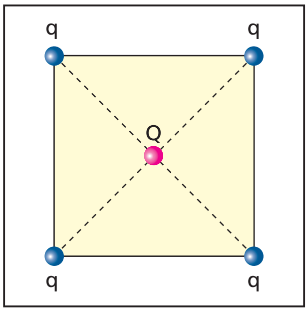
Portanto:

$$F_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-6}}{\frac{27 \cdot 10^{-4}}{4}}$$

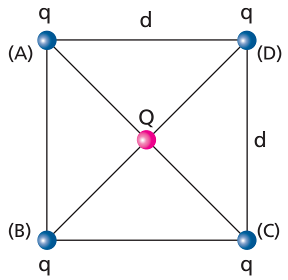
$$\boxed{F_1 = 80\text{N}}$$

Resposta: 80N

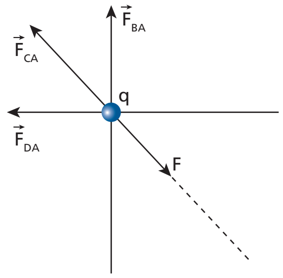
50 (UFJF-MG) Quatro cargas elétricas iguais de módulo **q** estão situadas nos vértices de um quadrado, como mostra a figura. Qual deve ser o módulo da carga **Q** de sinal contrário que é necessário colocar no centro do quadrado para que todo o sistema de cargas fique em equilíbrio?



Resolução:



Em **A**, supondo que as cargas **q** sejam positivas e **Q** seja negativa, temos:



Condição de equilíbrio:

$\vec{F}_{BA} + \vec{F}_{CA} + \vec{F}_{DA} + \vec{F} = \vec{O}$

Somando $\vec{F}_{BA}$ e $\vec{F}_{DA}$:

Por Pitágoras:

$F_R^2 = F_{BA}^2 + F_{DA}^2$

Como: $F_{BA} = F_{DA} = K\dfrac{|q\,q|}{d^2}$

temos:

$F_R^2 = 2F_{BA}^2 \Rightarrow F_R = \sqrt{2}\,F_{BA} \Rightarrow F_R = \sqrt{2}\,K\dfrac{|q\,q|}{d^2}$

Assim:

$F_R + F_{CA} = F$

$$\sqrt{2}\,K\frac{|q\,q|}{d^2} + K\frac{|q\,q|}{(d\sqrt{2})^2} = K\frac{|Q\,q|}{\left(\frac{d\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$\frac{\sqrt{2}\,|q|}{d^2} + \frac{|q|}{d^2\cdot 2} = \frac{|Q|}{d^2\,\frac{2}{4}}$$

$$\frac{\sqrt{2}\,|q|}{d^2} + \frac{|q|}{2d^2} = \frac{2\,|Q|}{d^2}$$

$$\sqrt{2}\,|q| + \frac{|q|}{2} = 2\,|Q|$$

$$\frac{(2\sqrt{2}+1)|q|}{2} = 2\,|Q|$$

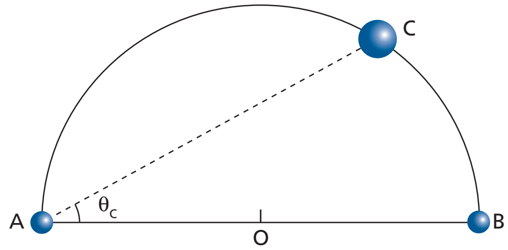
$$\boxed{|Q| = \left(\frac{(2\sqrt{2}+1)}{4}\right)|q|}$$

Nota:

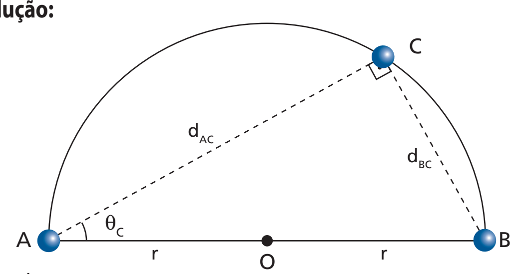
- Se as cargas **q** fossem negativas e **Q** fosse positiva, o resultado seria o mesmo.

Resposta: $\left(\dfrac{(2\sqrt{2}+1)}{4}\right)\cdot|q|$

51 (UFBA) Uma pequena esfera vazada **C**, com uma carga positiva, é perpassada por um aro semicircular situado num plano horizontal, com extremidades nos pontos **A** e **B**, como indica a figura abaixo. A esfera pode se deslocar sem atrito tendo o aro como guia. Nas extremidades **A** e **B** do aro são colocadas pequenas esferas com cargas +125 µC e +8 µC, respectivamente. Determine a tangente do ângulo θ_C, para o qual a esfera **C** permanece em equilíbrio.



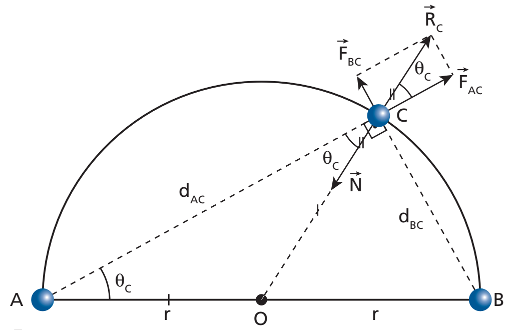
Resolução:



$$\text{tg}\,\theta_C = \frac{d_{BC}}{d_{AC}} \qquad \text{(I)}$$

Para que a esfera vazada **C** permaneça em equilíbrio, é preciso que a força resultante das repulsões de **A** e **B** seja equilibrada pela força normal exercida pelo aro.

Observemos que o sistema encontra-se em um plano horizontal, portanto, a força peso não interfere no equilíbrio da esfera **C**.



$$\text{tg}\,\theta_C = \frac{F_{BC}}{F_{AC}}$$

Como: $F = K\dfrac{|Q\,q|}{d^2}$

temos:

$$\text{tg}\,\theta_C = \frac{K\dfrac{|Q_B\cdot q|}{d_{BC}^2}}{K\dfrac{|Q_A\,q|}{d_{AC}^2}} = \frac{|Q_B|\,d_{AC}^2}{|Q_A|\,d_{BC}^2} \qquad \text{(II)}$$

Igualando (I) e (II), temos:

$$\frac{d_{BC}}{d_{AC}} = \frac{|Q_B|\, d_{AC}^2}{|Q_A| d_{BC}^2} \Rightarrow 125 \cdot 10^{-6}\, d_{BC}^3 = 8 \cdot 10^{-6}\, d_{AC}^3$$

$$125\, d_{BC}^3 = 8\, d_{AC}^3 \Rightarrow 5\, d_{BC} = 2\, d_{AC}$$

$$d_{AC} = 2{,}5\, d_{BC}$$

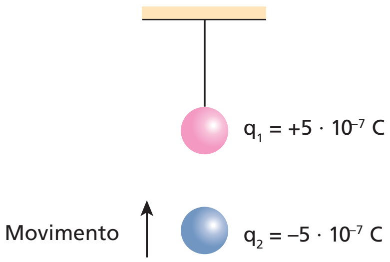
Assim, em (I), vem:

$$\text{tg}\, \theta_C = \frac{d_{BC}}{d_{AC}} = \frac{d_{BC}}{2{,}5\, d_{BC}}$$

$$\boxed{\text{tg}\, \theta_C = 0{,}40}$$

Resposta: 0,40

52 (Unicamp-SP) Uma pequena esfera isolante, de massa igual a $5 \cdot 10^{-2}$ kg e carregada com uma carga positiva de $5 \cdot 10^{-7}$ C, está presa ao teto por um fio de seda. Uma segunda esfera com carga negativa de $5 \cdot 10^{-7}$ C, movendo-se na direção vertical, é aproximada da primeira. Considere $K = 9 \cdot 10^9$ N m²/C² e $g = 10$ m/s².



a) Calcule a força eletrostática entre as duas esferas quando a distância entre os seus centros é de 0,5 m.
b) Para uma distância de $5 \cdot 10^{-2}$ m entre os centros, o fio de seda se rompe. Determine a tração máxima suportada pelo fio.

Resolução:

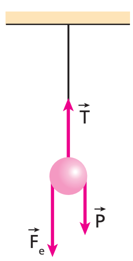
a) Lei de Coulomb:

$$F = K \frac{|Q\, q|}{d^2}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{(0{,}5)^2}$$

$$\boxed{F = 9 \cdot 10^{-3}\text{ N}}$$

b)



$$T = P + F_e$$

$$T = m\, g + K \frac{|q_1\, q_2|}{d^2}$$

$$T = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10 + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{(5 \cdot 10^{-2})^2}$$

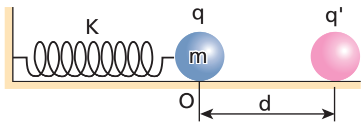
$$T = 0{,}5 + 0{,}9 \Rightarrow \boxed{T = 1{,}4\text{ N}}$$

Respostas: a) $9 \cdot 10^{-3}$ N; b) 1,4 N

53 (ITA-SP) Uma partícula de massa $M \simeq 10{,}0$ g e carga $q = -2{,}0 \cdot 10^{-6}$ C é acoplada a uma mola de massa desprezível. Esse conjunto é posto em oscilação e seu período medido é $P = 0{,}40\, \pi$ s. É fixada a seguir uma outra partícula de carga $q' = 0{,}20 \cdot 10^{-6}$ C a uma distância **d** da posição de equilíbrio **O** do sistema massa-mola (ver figura). O conjunto é levado lentamente até a nova posição de equilíbrio, distante $x \simeq 40$ cm da posição de equilíbrio inicial **O**. Qual o valor de **d**?

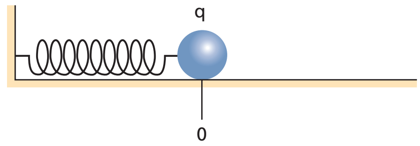
É dado: $K_0 = 9 \cdot 10^9$ N m²/C².

Obs.: Considere as duas cargas puntiformes.

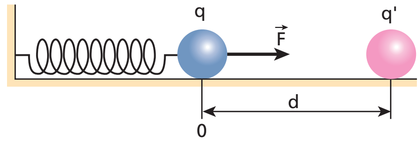


Resolução:

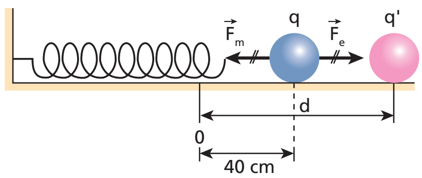
Situação de equilíbrio inicial:



A carga q' é fixada a uma distância **d** da posição de equilíbrio inicial, desfazendo esse equilíbrio.



A carga **q** é levada para a nova posição de equilíbrio:



Portanto:

$$F_m = F_e$$

$$K\, x = K_0 \frac{|q\, q'|}{(d - 0{,}40)^2}$$

Como, no MHS, temos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$0{,}40\pi = 2\pi \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{-3}}{K}}$$

$$K = 0{,}25\text{ N/m}$$

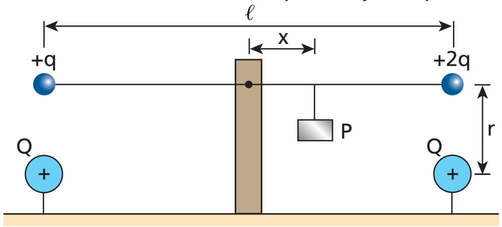
Assim:

$$0{,}25 \cdot 0{,}40 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-6}}{(d - 0{,}40)^2}$$

$$\boxed{d \simeq 0{,}59\text{ m} \simeq 59\text{ cm}}$$

Resposta: 59 cm

54 (UFU-MG) A figura mostra uma barra isolante, sem massa, de comprimento $\ell = 2$ m, presa por um pino no centro. Nas suas extremidades estão presas cargas positivas q e 2q, sendo $q = 1 \cdot 10^{-6}$ C. A uma distância r = 0,3 m, diretamente abaixo de cada uma dessas cargas, encontra-se afixada uma carga positiva $Q = 4 \cdot 10^{-6}$ C. Considere somente as interações entre as cargas situadas diretamente abaixo uma da outra e $K = 9 \cdot 10^9$ N m²/C². Sabe-se que a reação no pino é nula.



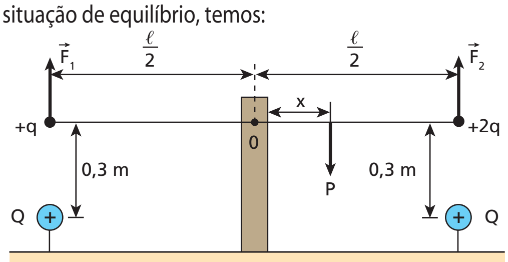
Determine:

a) o valor do peso **P** necessário para manter a barra em equilíbrio na horizontal;

b) a distância **x**, a partir do pino, onde o peso **P** deve ser suspenso quando a barra está balanceada, e de que lado do suporte (esquerdo ou direito).

Resolução:

a) Na situação de equilíbrio, temos:



Condição de equilíbrio:

$\Sigma\vec{F} = \vec{O}$

$P = F_1 + F_2$

Usando a Lei de Coulomb, temos:

$F = K \dfrac{|Q\,q|}{d^2}$

$F_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \dfrac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{(0,3)^2} \Rightarrow F_1 = 0,4$ N

$F_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \dfrac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(0,3)^2} \Rightarrow F_2 = 0,8$ N

Portanto:

$P = 0,4 + 0,8$ (N)

$\boxed{P = 1,2\text{ N}}$

b) A outra condição para ocorrer equilíbrio é:

$\Sigma M_0 = 0$

$F_1 \dfrac{\ell}{2} + P\,x = F_2 \dfrac{\ell}{2}$

$0,4 \cdot \dfrac{2}{2} + 1,2 \cdot x = 0,8 \cdot \dfrac{2}{2}$

$1,2\,x = 0,4$

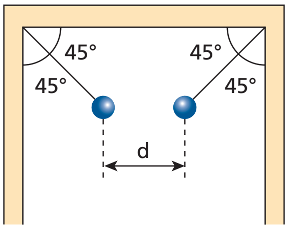
$\boxed{x = \dfrac{1}{3}\text{ m}}$

Nota:

• Para ocorrer equilíbrio, o peso **P** deve estar suspenso a $\frac{1}{3}$ m, do lado **direito** da barra.

Respostas: a) 1,2 N; b) $\frac{1}{3}$ m, do lado direito

55 (Mack-SP) Duas pequenas esferas metálicas idênticas, de 10 gramas cada uma, estão suspensas por fios isolantes, presos a duas paredes verticais, como mostra a figura ao lado. As esferas eletrizadas com cargas $q_1 = +1,0$ μC e $q_2 = -1,0$ μC, respectivamente, estão em equilíbrio na posição indicada.

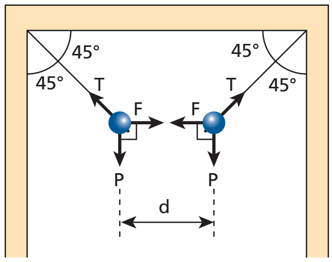


O meio é o vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9$ N · m²/C²) e a aceleração gravitacional local é g = 10 m/s². A distância **d**, entre as referidas esferas, é:

a) 1,0 cm. b) 2,0 cm. c) 3,0 cm. d) 10 cm. e) 30 cm.

Resolução:

Situação descrita:



Para o equilíbrio das esferas devemos ter:

$$\begin{cases} T \operatorname{sen} 45° = P \\ T \cos 45° = F \end{cases}$$

Como sen 45º = cos 45º, vem:

$F = P$

$K \dfrac{|Q\,q|}{d^2} = m\,g$

$9 \cdot 10^9 \cdot \dfrac{1,0 \cdot 10^{-6} \cdot 1,0 \cdot 10^{-6}}{d^2} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10$

$9 \cdot 10^{-3} = 10^{-1}\,d^2$

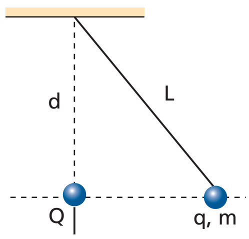
$d^2 = 9 \cdot 10^{-2}$

$d = 3,0 \cdot 10^{-1}$ m

$\boxed{d = 30\text{ cm}}$

Resposta: e

56 (UFG-GO) Numa experiência rudimentar para medir a carga eletrostática de pequenas bolinhas de plástico carregadas positivamente, pendura-se a bolinha, cuja carga se quer medir, em um fio de seda de 5 cm de comprimento e massa desprezível. Aproxima-se, ao longo da vertical, uma outra bolinha com carga de valor conhecido Q = 10 nC, até que as duas ocupem a mesma linha horizontal, como mostra a figura.

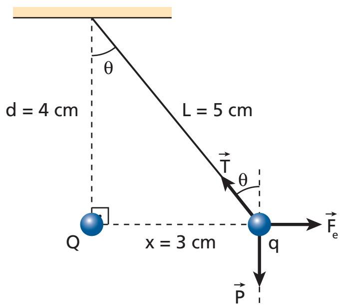


Sabendo-se que a distância medida da carga **Q** até o ponto de fixação do fio de seda é de 4 cm e que a massa da bolinha é de 0,4 g, o valor da carga desconhecida é de:

a) 30 nC.
b) 25 nC.
c) 32 nC.
d) 53 nC.
e) 44 nC.

Dados: $K = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$; $g = 10\ m/s^2$; $L = 5\ cm$; $d = 4\ cm$; $m = 0{,}4\ g$; $Q = 10\ nC$.

Resolução:



Assim:

$$\begin{cases} T\cos\theta = P \\ T\,\text{sen}\,\theta = F_e \end{cases}$$

$$\begin{cases} T \cdot \dfrac{4}{5} = m\,g \\ T \cdot \dfrac{3}{5} = F_e \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = \dfrac{5\,m\,g}{4} \\ T = \dfrac{5\,F_e}{3} \end{cases}$$

Assim:

$$\frac{5\,F_e}{3} = \frac{5\,m\,g}{4}$$

$$K\frac{|Q\,q|}{x^2} = \frac{3}{4}\,m\,g$$

$$9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-9} \cdot q}{(3 \cdot 10^{-2})^2} = \frac{3}{4} \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 10$$

$$\frac{90}{9 \cdot 10^{-4}} \cdot q = 3 \cdot 10^{-3}$$

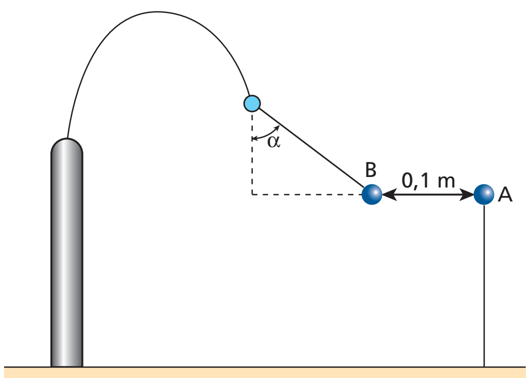
$$q = 3 \cdot 10^{-8}\ C$$

$$q = 30 \cdot 10^{-9}\ C$$

$$\boxed{q = 30\ nC}$$

Resposta: a

57 (Ufop-MG) A figura a seguir mostra a configuração de equilíbrio de uma pequena esfera **A** e um pêndulo **B** que possuem cargas de mesmo módulo.



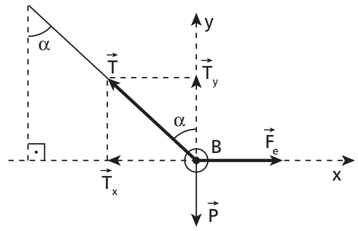
Dados: aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$; $\dfrac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9\ \dfrac{Nm^2}{C^2}$.

a) O que pode ser afirmado sobre os sinais das cargas **A** e **B**?
b) Se $\text{tg}\ \alpha = \dfrac{4}{3}$ e a massa de **B** é 0,1 kg, determine os módulos das cargas de **A** e **B**.

Resolução:

a) Como está ocorrendo atração entre as esferas, elas estão eletrizadas com cargas de sinais opostos (uma positiva e a outra negativa).

b) Na esfera **B**, decompondo $\vec{T}$, temos:



$T_x = T\,\text{sen}\,\alpha$
$T_y = T\cos\alpha$

Portanto, sendo:

$T_x = F_e$
$T_y = P$

dividindo membro a membro, temos:

$$\frac{T\,\text{sen}\,\alpha}{T\cos\alpha} = \frac{F_e}{m\,g}$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{F_e}{m\,g}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{F_e}{0{,}1 \cdot 10} \Rightarrow F_e = \frac{4}{3}\,N$$

Usando a Lei de Coulomb, vem:

$$F_e = K\frac{|Q\,q|}{d^2}$$

$$\frac{4}{3} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q^2}{(0{,}1)^2}$$

$$Q^2 = \frac{0{,}04}{27 \cdot 10^9} = \frac{40 \cdot 10^{-12}}{27}$$

$$Q = \sqrt{\frac{40}{27}} \cdot 10^{-6}\ C$$

$$\boxed{Q = \sqrt{\frac{40}{27}}\ \mu C}$$

Respostas: a) sinais opostos; b) $\sqrt{\dfrac{40}{27}}\ \mu C$

58 (UFG-GO) Considere a situação hipotética esquematizada na Figura 1, onde duas esferas idênticas de massa m = 90 g, carregadas com cargas de 2 μC cada, estão separadas por 20 cm.

Dobram-se as cargas nas esferas e, para que as esferas não saiam de suas posições, prende-se uma mola entre elas, como na Figura 2.

A mola distende-se 1,0 cm. Qual a constante elástica da mola? (Adote $g = 10\ m/s^2$ e $K_0 = 9{,}0 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$.)

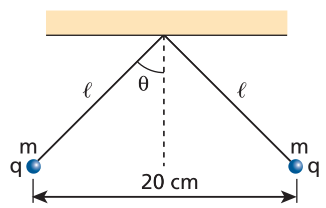


Figura 1 – Esferas carregadas com cargas de 2 μC cada.

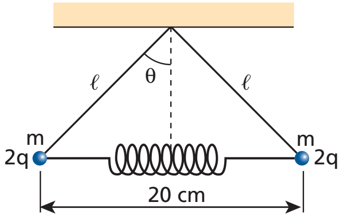
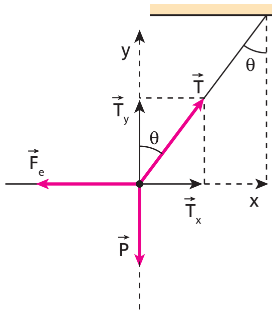


Figura 2 – Esferas carregadas com cargas de 4 µC cada e ligadas por uma mola.

Resolução:
Na situação inicial, decompondo-se $\vec{T}$, temos:



$T_x = T \text{ sen } \theta$

$T_y = T \cos \theta$

Na situação de equilíbrio:

$$\begin{cases} T_x = F_e \\ T_y = P \end{cases}$$

$$\frac{T \text{ sen } \theta}{T \cos \theta} = \frac{F_e}{m\, g} \Rightarrow F_e = m\, g \text{ tg } \theta$$

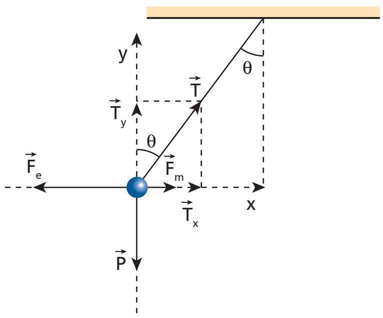
Usando a Lei de Coulomb, temos:

$$K \frac{|Q\, q|}{d^2} = m\, g \text{ tg } \theta$$

$$9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(0{,}20)^2} = 0{,}090 \cdot 10 \cdot \text{tg } \theta$$

$$\text{tg } \theta = 1 \Rightarrow \theta = 45°$$

Na situação final, temos:



$T_x = T \text{ sen } \theta$

$T_y = T \cos \theta$

No equilíbrio, vem:

$$\begin{cases} T_x = F_e - F_m \\ T_y = P \end{cases}$$

$$\frac{T \text{ sen } \theta}{T \cos \theta} = \frac{F_e - F_m}{m\, g}$$

$$m\, g \text{ tg } \theta = F_e - F_m$$

$$0{,}090 \cdot 10 \cdot 1 =$$

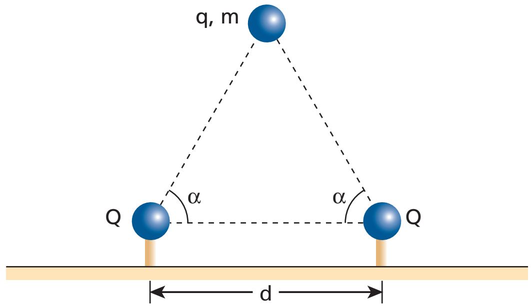
$$= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(0{,}20)^2} - k \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-2}$$

$$0{,}9 = 3{,}6 - 0{,}01\, k$$

$$0{,}01\, k = 2{,}7 \Rightarrow \boxed{k = 2{,}7 \cdot 10^2 \text{ N/m}}$$

Resposta: $k = 2{,}7 \cdot 10^2$ N/m

59 (ITA-SP) Uma pequena esfera de massa **m** e carga **q**, sob a influência da gravidade e da interação eletrostática, encontra-se suspensa por duas cargas **Q** fixas, colocadas a uma distância **d** no plano horizontal, como mostra a figura.



Considere que a esfera e as duas cargas fixas estejam no mesmo plano vertical e que sejam iguais a α os respectivos ângulos entre a horizontal e cada reta passando pelos centros das cargas fixas e da esfera. A massa da esfera é, então:

a) $\frac{4}{4\pi\, \varepsilon_0} \frac{q\, Q}{d^2} \frac{\cos^2\alpha}{g}$.

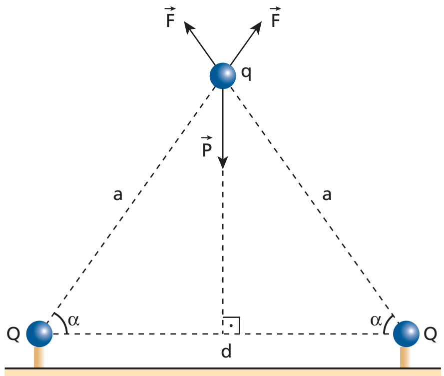
b) $\frac{4}{4\pi\, \varepsilon_0} \frac{q\, Q}{d} \frac{\text{sen } \alpha}{g}$.

c) $\frac{8}{4\pi\, \varepsilon_0} \frac{q\, Q}{d^2} \frac{\cos^2\alpha}{g}$.

d) $\frac{8}{4\pi\, \varepsilon_0} \frac{q\, Q}{d^2} \frac{\cos^2\alpha \text{ sen } \alpha}{g}$.

e) $\frac{4}{4\pi\, \varepsilon_0} \frac{q\, Q}{d^2} \frac{\cos^2\alpha \text{ sen } \alpha}{g}$.

Resolução:
Observe que a condição de equilíbrio exige simetria na configuração, sendo as cargas elétricas da base iguais, e a interação entre elas e a carga **q** tem de ser de repulsão.



Decompondo as forças $\vec{F}$ segundo a horizontal e a vertical, notamos que:

$2F_y = P$

$2F \text{ sen } \alpha = m\,g$

Da Lei de Coulomb, temos:

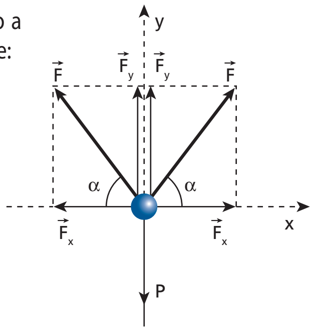
$$2K\frac{|Q\,q|}{a^2} \text{ sen } \alpha = m\,g$$

$$\text{Mas: } K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \quad \text{e} \quad a = \frac{d}{2\cos\alpha}$$

Então:

$$2 \cdot \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} \cdot \frac{Q\,q}{\left(\dfrac{d}{2\cos\alpha}\right)^2} \text{ sen } \alpha = m\,g$$

$$\boxed{m = \frac{8}{4\pi\,\varepsilon_0} \cdot \frac{Q\,q}{d^2} \cdot \frac{\cos^2\alpha \text{ sen } \alpha}{g}}$$



Resposta: d

60 (ITA-SP) Utilizando o modelo de Bohr para o átomo, calcule o número aproximado de revoluções efetuadas por um elétron no primeiro estado excitado do átomo de hidrogênio, se o tempo de vida do elétron, nesse estado excitado, é de 10^{-8} s. São dados: o raio da órbita do estado fundamental é de $5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m e a velocidade do elétron nessa órbita é de $2{,}2 \cdot 10^6$ m/s.

a) $1 \cdot 10^6$ revoluções.
b) $4 \cdot 10^7$ revoluções.
c) $5 \cdot 10^7$ revoluções.
d) $8 \cdot 10^6$ revoluções.
e) $9 \cdot 10^6$ revoluções.

Resolução:

No átomo de Bohr, o raio da órbita é dado por:

$R = n^2 R_0$

em que $R_0 = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m (raio da órbita fundamental).

Para o estado fundamental $n = 1$, para o primeiro nível excitado $n = 2$.

Assim:

$R = 2^2\ R_0$

$R = 4\,R_0$

Como a força eletrostática faz o papel de força centrípeta, temos:

$F_e = F_{cp}$

$$K\frac{e \cdot e}{R^2} = \frac{m\,r^2}{R}$$

$$v^2 = \frac{K\,e^2}{m\,R}$$

Sendo **v** inversamente proporcional a $\sqrt{R}$, se $R = 4R_0$, temos:

$$v = \frac{v_0}{2} = 1{,}1 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Portanto:

$$v = \frac{2\pi\,R}{T}$$

$$1{,}1 \cdot 10^6 = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 5{,}3 \cdot 10^{-11}}{T}$$

$T \simeq 1{,}2 \cdot 10^{-15}$ s

Como o elétron tem vida de 10^{-8} s, vem:

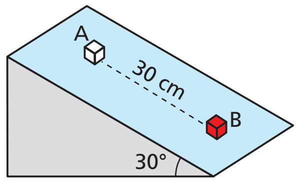
$$n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{10^{-8}}{1{,}2 \cdot 10^{-15}}$$

$$\boxed{n \simeq 8 \cdot 10^6 \text{ revoluções}}$$

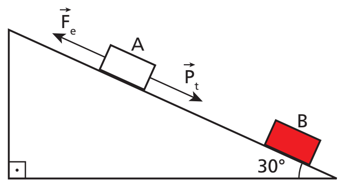
Resposta: d

61 Em um ponto do plano inclinado, que se encontra no vácuo, fixamos um corpo **B** eletrizado com carga $Q = 20\ \mu C$. A 30 cm de **B**, coloca-se um pequeno corpo **A** de 20 gramas de massa, eletrizado com carga **q**. Adote $g = 10$ m/s² e $K = 9 \cdot 10^9$ Nm²/C².

a) Se não existe atrito, para que o corpo **A** fique em equilíbrio, qual deve ser sua carga elétrica?
b) Se existisse atrito e o coeficiente de atrito estático entre o corpo **A** e o plano inclinado fosse igual a 0,25, qual seria a menor distância entre **A** e **B** para não haver movimento do corpo **A**?



Resolução:



a) No equilíbrio, temos:

$P_t = F_e$

$$m\,g \text{ sen } 30° = K\frac{|Q\,q|}{d^2}$$

$$20 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot q}{(0{,}30)^2}$$

$0{,}10 = 2 \cdot 10^6\, q$

$$\boxed{q = 5{,}0 \cdot 10^{-8}\ C}$$

b) Com atrito, temos:

$F_e = P_t + F_{at_{est}}$

$$K\frac{|Q\,q|}{d^2} = m\,g \text{ sen } 30° + \mu\, m\,g \cos 30°$$

$$9 \cdot 10^9 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-8}}{d^2} =$$

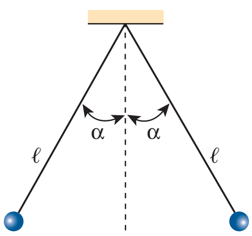
$= 0{,}020 \cdot 10\,(0{,}50 + 0{,}25 \cdot 0{,}86)$

$$\frac{9 \cdot 10^{-3}}{d^2} = 0{,}143 \;\Rightarrow\; d^2 = \frac{0{,}009}{0{,}143}$$

$$d^2 \simeq 0{,}063 \;\Rightarrow\; \boxed{d \simeq 0{,}25 \text{ m} \simeq 25 \text{ cm}}$$

Respostas: a) $5{,}0 \cdot 10^{-8}$ C; b) 25 cm

62 (Unifesp-SP) Na figura, estão representadas duas pequenas esferas de mesma massa, $m = 0{,}0048$ kg, eletrizadas com cargas de mesmo sinal, repelindo-se no ar. Elas estão penduradas por fios isolantes muito leves, inextensíveis, de mesmo comprimento, $\ell = 0{,}090$ m. Observa-se que, com o tempo, essas esferas se aproximam e os fios tendem a se tornar verticais.



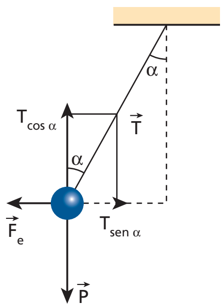
a) O que causa a aproximação dessas esferas? Durante essa aproximação, os ângulos que os fios formam com a vertical são sempre iguais ou podem tornar-se diferentes um do outro? Justifique.

b) Suponha que, na situação da figura, o ângulo α seja tal que sen α = 0,60; cos α = 0,80; tg α = 0,75 e as esferas têm cargas iguais. Qual é, nesse caso, a carga elétrica de cada esfera? (Admitir $g = 10\ m/s^2$ e $K = 9{,}0 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$.)

Resolução:

a) Com o passar do tempo haverá perda de carga elétrica para o ar que envolve as esferas. Isso provocará a aproximação das esferas, já que a força de repulsão entre elas irá diminuir.
Como as esferas têm mesmo peso e as forças de repulsão são iguais, em módulo (Princípio da Ação-Reação), o ângulo α deverá ser igual para ambas.

b)



$$\begin{cases} T \text{ sen } \alpha = F_e \\ T \cos \alpha = P \end{cases}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{F_e}{P} = \frac{F_e}{mg}$$

$$F_e = m\, g \text{ tg } \alpha$$

Lei de Coulomb:

$$F_e = K \frac{|Q\,Q|}{d^2}$$

Assim:

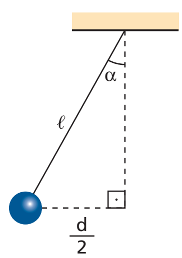
$$K \frac{|Q\,Q|}{d^2} = mg \text{ tg } \alpha$$

$$9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q^2}{d^2} = 0{,}0048 \cdot 10 \cdot 0{,}75$$

$$Q^2 = 4 \cdot 10^{-12}\, d^2$$

$$Q = 2 \cdot 10^{-6}\, d$$

Mas:



$$\frac{d}{2} = \ell \text{ sen } \alpha$$

$$d = 2 \cdot 0{,}090 \cdot 0{,}60 \text{ (m)}$$

$$d = 0{,}108 \text{ m}$$

Portanto:

$$Q = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}108 \text{ (C)}$$

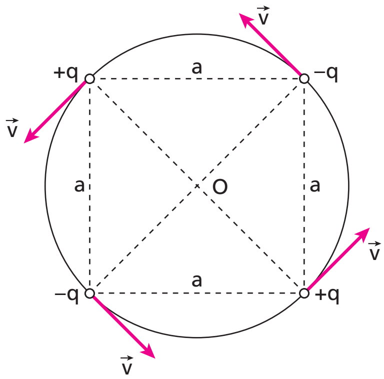
$$\boxed{Q = \pm 2{,}16 \cdot 10^{-7}\ C}$$

Respostas: a) Perda de cargas elétricas para o ar. Ângulos permanecem iguais; b) $\pm 2{,}16 \cdot 10^{-7}$ C

63 (Fuvest-SP) Quatro pequenas esferas de massa **m** estão carregadas com cargas de mesmo valor absoluto **q**, sendo duas negativas e duas positivas, como mostra a figura. As esferas estão dispostas formando um quadrado de lado **a** e giram numa trajetória circular de centro **O**, no plano do quadrado, com velocidade de módulo constante **v**. Suponha que as **únicas** forças atuantes sobre as esferas sejam devidas à interação eletrostática. A constante de permissividade elétrica é ε_0. Todas as grandezas (dadas e solicitadas) estão em unidades SI.

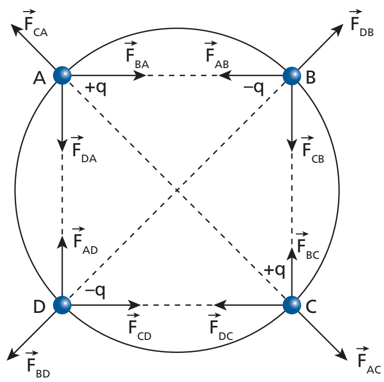
a) Determine a expressão do módulo da força eletrostática resultante $\vec{F}$ que atua em cada esfera e indique sua direção.

b) Determine a expressão do módulo da velocidade tangencial $\vec{v}$ das esferas.

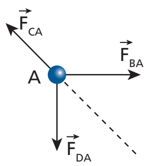


Resolução:

a) Cada uma das quatro cargas elétricas está sujeita a três forças exercidas pelas outras três cargas.



Devido à simetria, podemos observar que as forças resultantes em cada carga têm intensidades iguais. Por exemplo, considerando a carga nominada por **A**, temos:



Observe que:

$$|\vec{F}_{AB}| = |\vec{F}_{DA}| = K\frac{|q\,q|}{a^2}$$

$$|\vec{F}_{CA}| = K\frac{|q\,q|}{(a\sqrt{2})^2} = K\frac{|q\,q|}{a^2 \cdot 2}$$

Somando os vetores $\vec{F}_{BA}$ e $\vec{F}_{DA}$, temos:

$$S^2 = F^2_{BA} + F^2_{DA} = 2\,F^2_{BA}$$

$$S = \sqrt{2}\,F_{BA} \Rightarrow S = \sqrt{2}\;K\frac{|q\,q|}{a^2}$$

A força resultante de **A** é dada por:

$$F = F - F_{CA} = \sqrt{2}\,K\frac{|q\,q|}{a^2} - \frac{1}{2}K\frac{|q\,q|}{a^2}$$

$$F = \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)K\frac{|q\,q|}{a^2}$$

Como: $K = \dfrac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}$

Então: $\boxed{F = \left(\dfrac{2\sqrt{2}-1}{2}\right)\left(\dfrac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q^2}{a^2}\right)}$

Essa resultante tem **direção radial**, passando pelo centro da circunferência.

b) A força resultante calculada no item **a** funciona, para cada carga, como força centrípeta.

$$F = F_{cp} = \frac{m\,v^2}{R}$$

Como o raio **R** da circunferência corresponde à metade da diagonal do quadrado, temos:

$$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Assim:

$$F = \frac{m\,v^2}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)} = \frac{2m\,v^2}{a\sqrt{2}}$$

$$v^2 = \frac{a\sqrt{2}}{2m}F_R$$

$$v^2 = \frac{a\sqrt{2}}{2m} \cdot \frac{(2\sqrt{2}-1)}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$$

$$v^2 = \frac{4-\sqrt{2}}{4m} \cdot \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a}$$

$$\boxed{v = \frac{q}{4}\sqrt{\frac{4-\sqrt{2}}{m\,a\,\pi\,\varepsilon_0}}}$$

Respostas: a) $\left(\dfrac{2\sqrt{2}-1}{2}\right)\left(\dfrac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q^2}{a^2}\right)$; b) $\dfrac{q}{4}\sqrt{\dfrac{4-\sqrt{2}}{m\,a\,\pi\,\varepsilon_0}}$

64 Considere o modelo clássico do átomo de hidrogênio, no qual existe um próton no núcleo e um elétron girando em órbita circular em torno desse núcleo.

Suponha conhecidos:

- em módulo: carga do próton = carga do elétron = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C;
- raio da órbita do elétron = $1{,}0 \cdot 10^{-10}$ m;
- massa do elétron = $9{,}0 \cdot 10^{-31}$ kg;
- massa do próton = $1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg;
- constante eletrostática do meio: $K = 9{,}0 \cdot 10^9$ Nm^2 C^{-2};
- constante de gravitação universal: $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

Admitindo apenas as interações devidas às cargas elétricas, determine:

a) o módulo da força de interação entre o próton e o elétron;
b) a velocidade escalar do elétron.

Se fossem consideradas também as interações gravitacionais, qual seria:

c) o módulo da força resultante de interação entre próton e elétron?
d) a velocidade escalar do elétron?

Resolução:

a) Lei de Coulomb:

$$F_e = K\frac{|Q\,q|}{d^2}$$

$$F_e = 9{,}0 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{(1{,}0 \cdot 10^{-10})^2}$$

$$\boxed{F_e = 2{,}3 \cdot 10^{-8}\text{ N}}$$

b) A força eletrostática F_e funciona como força centrípeta:

$$F_e = F_{cp}$$

$$2{,}3 \cdot 10^{-8} = \frac{m\,v^2}{R}$$

$$2{,}3 \cdot 10^{-8} = \frac{9{,}0 \cdot 10^{-31} \cdot v^2}{1{,}0 \cdot 10^{-10}}$$

$$v^2 \simeq 2{,}6 \cdot 10^{12}$$

$$\boxed{v \simeq 1{,}6 \cdot 10^6\text{ m/s}}$$

c) $F_r = F_e + F_g$

$$F_r = 2{,}3 \cdot 10^{-8} + G\frac{M\,m}{d^2}$$

$$F_r = 2{,}3 \cdot 10^{-8} + 6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{9{,}0 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-27}}{(1{,}0 \cdot 10^{-10})^2}$$

$$F_r = 2{,}3 \cdot 10^{-8} + 1{,}0 \cdot 10^{-49}$$

Observe que a interação gravitacional entre o próton e o elétron é desprezível quando comparada com a interação eletrotástica. Assim:

$$\boxed{F_r = F_e = 2{,}3 \cdot 10^{-8}\text{ N}}$$

d) Do item **c**, concluímos que:

$$F_{cp} = F_e$$

$$\frac{m\,v^2}{R} = K\frac{|Q\,q|}{d^2}$$

$$\boxed{v \simeq 1{,}6 \cdot 10^6\text{ m/s}}$$

(Ver item **b**.)

Respostas: a) $2{,}3 \cdot 10^{-8}$ N; b) $1{,}6 \cdot 10^6$ m/s; c) $2{,}3 \cdot 10^{-8}$ N; d) $1{,}6 \cdot 10^6$ m/s